ديناميكا واهتزازات

د.أيات الجراح

للطالبة المبدعة

لانا ابو خاطر

إرادة - ثقة - تغيير

الموضوع : Tuesday التاريخ 11/10/2022 / / ٢٠١

CH2 : Kinematics of particles.

1- Dynamics : deals with motion and its effects on body

→ Kinematics : s, v, a without force (particle)

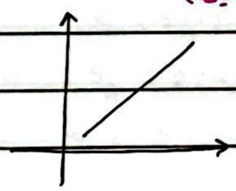
→ Kinetics : s, v, a with force (بندرس حركة الجسم بوجود Force الي بتأثر عليها)

2- statics : deals with bodies at rest/equilibrium.

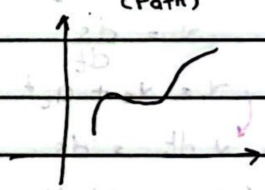
→ particle : point or body of zero dimensions. (حركة جسم مهمل الابعاد مقارنة بالمسار الي بتحرك عليه).

→ Rigid body : distance between points before and after motion are the same. (هون ناخذ الابعاد بعين الاعتبار للجسم كما ندرس حركتها).

$\boxed{2.2}$ Rectilinear Motion : (حركة مستقيمة)



$\boxed{2.3}$ curvilinear Motion : (Path)



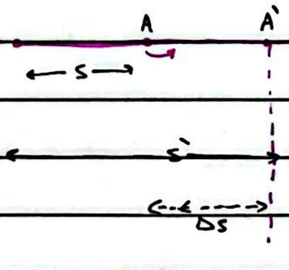
* مثل سيارة لما تلف على دوار بتعمل حركة دورانية.

معادلات الحركة : (basic eq.)

$v = \frac{ds}{dt}$ ---- ①

$\boxed{v}$: velocity , $\boxed{s}$: displacement

particle (A)



$a = \frac{dv}{dt}$ ---- ②

$a = \frac{ds^2}{dt^2}$ ---- ③

$\boxed{a}$: acceleration

$\Delta s = s' - s$

↳ displacement (vector quantity)

باخذ direc بعين الاعتبار

(magnitude & direc)

الموضوع : Tuesday التاريخ 11 /10/2022

$a\,ds = v\,dv$ ---- (4)

$a = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{ds}{ds} \rightarrow \boxed{a\,ds = v\,dv}$

* at constant (a_c) : (اشتقاقات)

$v = v_0 + a_c t$ (5)

$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$ (6)

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$ (7)

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$ ← (الاشتقاق بالعادلة)

$v = \frac{ds}{dt}$

$v = v_0 + a_c t$

$v\,dt = ds$

$\int_0^t (v_0 + a_c t)\,dt = \int_{s_0}^{s} ds$

$v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2 = s - s_0$ ---- (7)

الموضوع: Thursday   13/10/2022 التاريخ   / / ٢٠١

$\boxed{2.2}$ Rectilinear Motion :

S.P 2/1 8- (particle)

* $s = 2t^3 - 24t + 6$, (a) $[v_2 = 72\ m/s$, $t = ?]$

* معادلة disp بتتغير as a function of time ← نشوف اذا في ثابت اولا حسب المشتقة الثانية disp

(a) $v = \frac{ds}{dt} = (6t^2 - 24)\ m/s$

$\rightarrow 72 = 6t^2 - 24$

$\boxed{t = 4\ sec}$

(b) $a = ?$ when $v = 30\ m/s$

$(a = 12t)\ m/s^2$

$30 = 6t^2 - 24 \rightarrow \boxed{t = 3\ sec}$

$\therefore a = 12(3) = 36\ m/s^2$

* acc مش ثابت ← func. of time

(c) $s = ?$, $t = 1$, $t = 4\ sec$.

at $t = 1 \rightarrow s_1 = 2t^3 - 24t + 6$

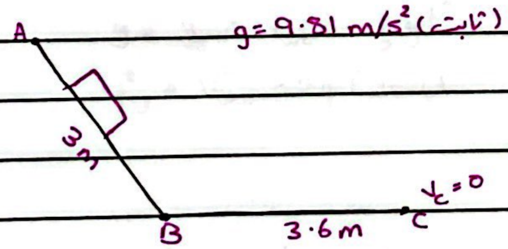
$s_1 = 2(1)^3 - 24(1) + 6 = -16\ m$

at $t = 4 \rightarrow s_4 = 2(4)^3 - 24(4) + 6 = 38\ m$

$\therefore s_4 - s_1 = 38 - -16 = 54\ m$

من الاسئلة المقترحة

$\boxed{P2/35}$



$g = 9.81\ m/s^2$ (ثابت)

$v_A = 1.2\ m/s$

$a_{A\to B} = 0.3g$ (constant) تسارع

$v_c = 0\ m/s$

$\therefore a_{B\to C} \Rightarrow v_c^2 = v_B^2 + 2a_{B\to C}(s_c - s_B)$

$0 = v_B^2 + 2a_{B\to C}(3.6)$

$v_B^2 = v_A^2 + 2a_{A\to B}(s_B - s_A)$

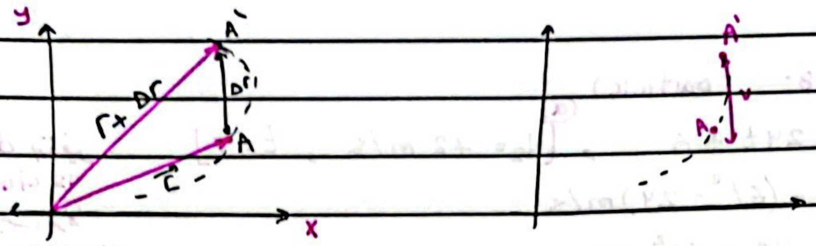
$v_B^2 = (1.2)^2 + 2(0.3)(9.81)(3)$

$\boxed{v_B = 4.37\ m/s}$

$a = -\frac{(4.37)^2}{2(3.6)} = -2.65$ $\boxed{\therefore a_{B\to C} = -2.65\ m/s^2}$

← جاري التباطؤ يعني السرعة عم بتقل (لحد ما صارت السرعة صفر عند c)

2.3 Curvilinear Motion



* Three coordinates systems :-

a) Rectangular coordinates (x - y) — (x-y) ثابتين بنقطة الأصل ثابتة (0,0)

b) Normal - Tangential (n - t) — * (n-t) تختلف باختلاف مكان الparticle

c) Polar coordinates (r - θ) — مثال سيارة تتحرك على دوار بيأثر عليها acc

اثناء الحركة (الطرد المركزي) Tangential

[2 components] وصلتهم acc اللي عم تتحرك فيه سيارة

باتجاه الحركة. مماس الحركة للدوار أثناء حركة السيارة عليه

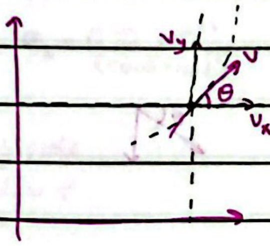
2.4 Rectangular coordinates (x-y)

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \Rightarrow r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$

$\vec{v} = \underset{\dot{x}}{v_x}\hat{i} + \underset{\dot{y}}{v_y}\hat{j} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} \Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

* اتجاه v مو ضروري يكون باتجاه a
ممكن يكون الجسم يتباطأ...



$\Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \theta$ (السرعة تكون مماس).

Particle أثناء حركته تتأثر بالجاذبية فقط

* projectile Motion under gravity (حركة المقذوفات)
التسارع ثابت

$a_x = 0 \rightarrow$ no wind

$v_x = v_{x,0} \rightarrow$ constant

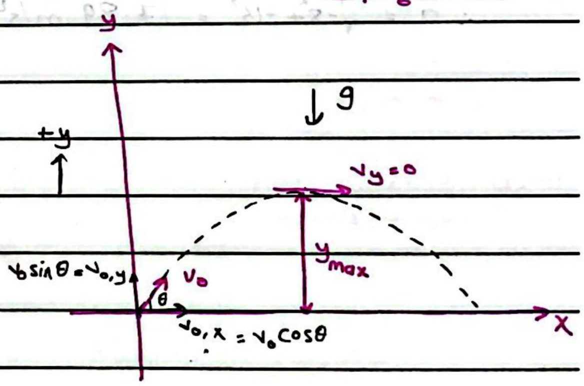
$x = x_0 + v_{x,0}t$

$a_y = -g$

$v_y = v_{y,0} - gt$

$y = y_0 + v_{y,0}t - \frac{1}{2}gt^2$

$v_y^2 = v_{y,0}^2 - 2g(y - y_0)$



[reference point موجب أو سالب a]

$g\downarrow$ $\uparrow +y$ ∴ نعوض a سالب

[with wind $a_x \neq 0$]

الموضوع : Sunday   16/10/2022 التاريخ   /   / ٢٠١

$\boxed{S.P\ 2/5}$

$x = 0 \rightarrow t = 0$

$v_x = 50 - 16t$ and $y = 100 - 4t^2 \rightarrow v_y = \dot{y} = -8t$

$\boxed{a}$ $v \rightarrow y = 0$ $0 = 100 - 4t^2$

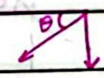
$100 = 4t^2 \rightarrow \boxed{t = 5\,sec}$

$v_x(5) = 50 - 16(5) = -30\ m/s$

$v_y(5) = -8(5) = -40\ m/s$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-30)^2 + (-40)^2} = 50\ m/s$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-40}{-30}\right) \rightarrow \boxed{\theta = 53.13^\circ}$



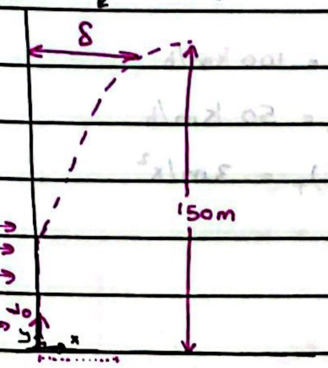
$\boxed{b}$ $a_x = -16\ m/s^2$

$a_y = -8\ m/s^2$

$\therefore a = \sqrt{-8^2 + -16^2} = 17.89\ m/s^2$

P2/87

بعدها عن x-axis الي صار نتيجة wind



من هون بدأت الحركة
ref وعملت
$a_x = 0.15\ m/s^2$ (constant)

يمكن أغير Ref. بس الحل بضل ثابت

(projectile motion):

$x - x_0 + v_{0,x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

$\delta - 0 = 0 + \frac{1}{2}(0.15) t^2$

لأني مبلشة من الصفر

y-axis لانه على v_{0x} بشكل θ مقدارها 90° مع x
$v_0 \cos 90 = zero$
[لا يوجد x عند : $v_{0x} = 0$]

$v_y^2 = v_{0,y}^2 - 2g(y - y_0)$ Max

$0 = v_{0,y}^2 - 2(9.81)(150 - 0)$

$\therefore \boxed{v_{0,y} = 54.22\ m/s}$

$v_2 = v_{0,y} - g t$

$0 = 54.22 - (9.81) t$

$\therefore \boxed{t = 5.53\ sec}$

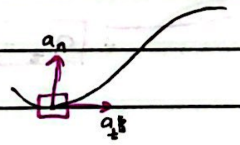
$\delta = \frac{1}{2}(0.15)(5.53)^2$

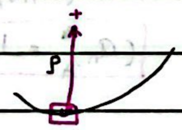
$\boxed{\delta = 2.29\ m}$

2/5 Normal - Tangential Coordinates [T,N]

الزاوية بينهم 90

a_n دائماً باتجاه center





T ← مماس الحركة curve (path) اللي بيتحرك عليه Particle

$a_n = \frac{V^2}{\rho}$

ρ = Radius of curveture.

المسافة من مركز الـ curve الى مركز (mass of partical) ← ما بهتم للمركز بالزبط لانه مهمل الابعاد

Total acc for Particle → $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

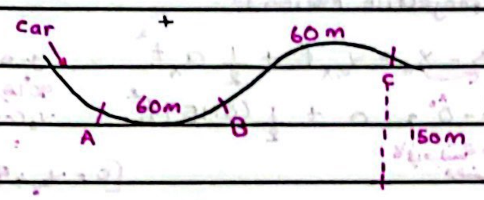
Normal acc (a_n) بيعتمد على سرعة الـ particle اثناء الحركة
ويعتمد على ρ ← تتغير بتغير curve $(a_n \propto \frac{1}{\rho})$

* كلما زادت السرعة كل ما صار a_n أعلى

∴ كل ما ادخل بكيرف معين بسرعة أعلى ممكن انه ابتعد عن path تبعها بمقدار معين = $\frac{v_0}{R}$

الموضوع : Tuesday   التاريخ 18/10/2022   / / ٢٠١

S.P 2/7



$v_A = 100\ km/h$

$v_C = 50\ Km/h$

$(a_A)_T = 3\ m/s^2$

$$(a_n)_A = \frac{v_A^2}{\rho_A}$$

$$(a_A)_T^2 = (a_n)_A^2 + (a_t)_A^2$$

نجيبها من الحركة لانه حاكي uniform acc.

$$v_A = \frac{100 * 10^3}{3600} = 27.8\ m/s \quad , \quad v_C = \frac{50 * 10^3}{3600} = 13.89\ m/s$$

$(a_A)_T = 3\ m/s$

a $\rho_A = ??$

$$(a_n)_A = \frac{v_A^2}{\rho_A} \rightarrow (a_A)_T^2 = (a_n)_A^2 + (a_t)_A^2$$

$$v_C^2 = v_A^2 + 2a_t(S_C - S_A)$$

$$(13.89)^2 = (27.8)^2 + 2a_t(120)$$

$$\therefore \boxed{a_t = -2.41\ m/s^2}$$

$$(3)^2 = (a_n)_A^2 + (-2.41)^2$$

$$\boxed{(a_n)_A = 1.785\ m/s^2}$$

$$\therefore \rho_A = \frac{v_A^2}{(a_n)_A} = \frac{(27.8)^2}{1.785} = \boxed{\rho_A = 432\ m}$$

b $(a_B)_T = ??$

$$(a_n)_B = \frac{v_B^2}{\rho_B} = \frac{v_B}{\infty} = 0 \rightarrow \boxed{(a_t)_B = -2.41\ m/s^2}$$

c $(a_T)_C = \sqrt{(a_n)_C^2 + (a_t)_C^2} = \sqrt{\left(\frac{v_C^2}{\rho_C}\right) + (-2.41)^2} = \boxed{(a_T)_C = 2.73\ m/s^2}$

$\boxed{P2/130}$ $x = 2t^2 + 3t - 1 \rightarrow \dot{x} = v_x = 4t + 3 \quad v_x(1) = \boxed{7\,m/s}$

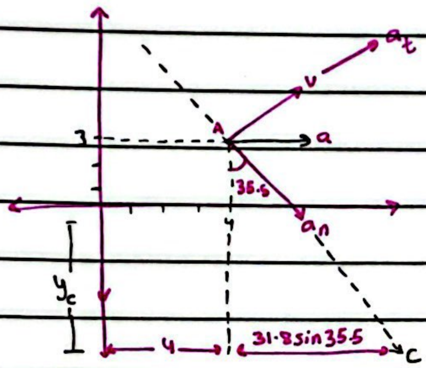
$\ddot{x} = a_x = 4\,m/s^2$

$y = 5t - 2 \rightarrow \dot{y} = v_y = \boxed{5\,m/s} \quad \boxed{\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = 35.5^\circ}$

$\ddot{y} = a_y = 0\,m/s^2$

$a_T = \sqrt{4^2 + 0^2} = \boxed{4\,m/s^2}$

$v = \sqrt{7^2 + 5^2} = \boxed{8.6\,m/s}$



$a_n = \frac{v_A^2}{\rho_A} = \frac{(8.6)^2}{\rho_A} = 4\sin 35.5^\circ$

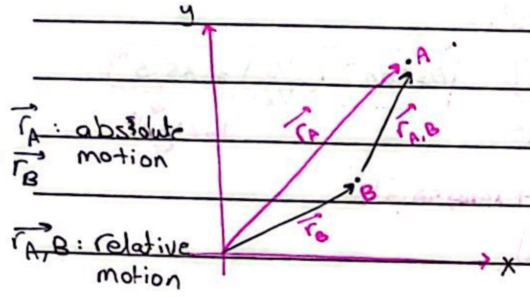
$\boxed{\rho_A = 31.8\,m}$

Scanned with CamScanner

الموضوع : Sunday 23/10/2022 التاريخ / / ٢٠١

* بندرس حركة particle بالنسبة لحركة particle تانية متحركة.

2/8 Relative Motion (مابين نقطتين متحركات او الكتل)



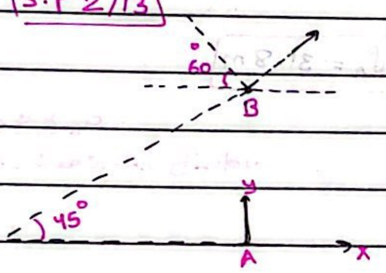
$\vec{r}_A = \vec{r}_B + \vec{r}_{A,B} \rightarrow$ relative

$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A,B}$

$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A,B}$

(ممكن اعرف مقدار المسافة اللي اتحركتها الاولى Particle بالنسبة للمسافة اللي بتتحركها particle التانية او v او a)

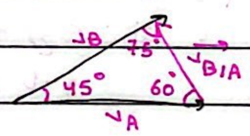
S.P 2/13



(2 moving points)

($\vec{r}_{B,A}$ / $\vec{r}_{A,B}$) يختلفوا عن بعض في direc

$v_A = 800\ km/h$



الطريقة 1: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$

$v_B \cos 45\ \hat{i} + v_B \sin 45\ \hat{j} = 800\hat{i} + 0 + (-v_{B/A} \cos 60\ \hat{i} + v_{B/A} \sin 60\ \hat{j})$

$x \rightarrow v_B \cos 45 = 800 - v_{B/A} \cos 60$

$v_B \sin 45 = v_{B/A} \sin 60$

$\therefore \boxed{v_B = 717\ km/h}$ $\boxed{v_{B/A} = 586\ km/h}$

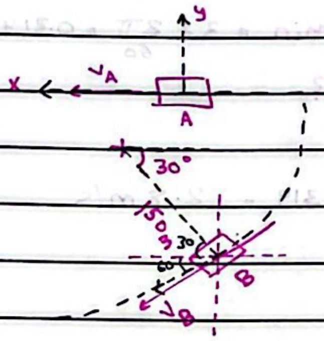
Sine Law :-

الطريقة 2: $\frac{v_A}{\sin 75} = \frac{v_B}{\sin 60} \Rightarrow \frac{800}{0.966} = \frac{v_B}{0.866}$

$v_B = 717\ km/h$

الموضوع : Sunday   23/10/2022   التاريخ / / ٢٠١

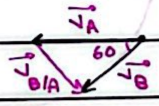
$\boxed{S.P\ 2/14}$



$a_A = 1.2\ m/s^2$, $v_B = 54\ km/h \rightarrow \frac{54 * 10^3}{3600} = 15 m/s$

$v_A = 72\ km/h$, $(a_t)_B = 0\ m/s^2$

$\vec{v}_B = \vec{v}_A = \vec{v}_{B/A}$



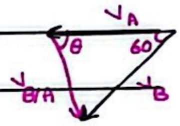
* using the Cosine Law

(ضلعين و الزاوية يلي محصورة بينهم) :

$v_A^2 + v_B^2 - 2 v_A v_B \cos 60° = v_{B/A}^2$

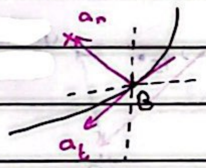
$(72)^2 + (54)^2 - 2(72)(54)\cos 60° = v_{B/A}^2$

$\therefore \boxed{v_{B/A} = 18.03\ m/s}$



calculate $a_{B/A} = ?$ $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$

$\left[\frac{v_B^2}{\rho_B}\cos 30\hat{i} + \frac{v_B^2}{\rho_B}\sin 30\hat{j}\right] = 1.2\hat{i} + a_{B/A}\cos\theta\hat{i} + a_{B/A}\sin\theta\hat{j}$



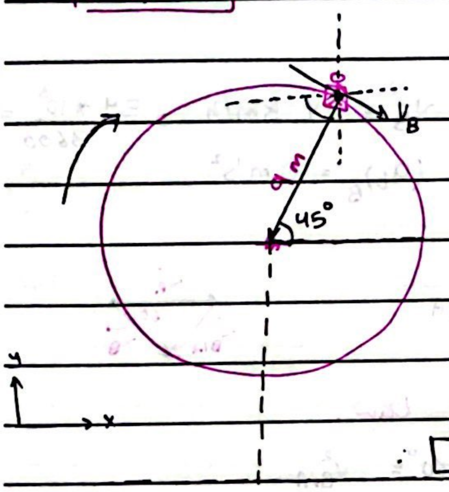
$\frac{v_B^2}{\rho_B}\cos 30° = 1.2 + a_{B/A}\cos\theta$

$\frac{v_A^2}{\rho_B}\sin 30° = a_{B/A}\sin\theta$

$a_{B/A} = 0.757\ m/s^2$

الموضوع : Tuesday   التاريخ 25/10/2022   ٢٠١ / /

P 21/188

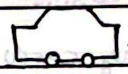


(constant) $\omega = 3\ rev/min = 3 * \frac{2\pi}{60} = 0.314\ rad/s$

$\to V_{A/B} = ?$

$V_B = \omega \times R$

$= 9 \times 0.314 = 2.8\ m/s$



$\therefore$ $\to V_A = 18\ km/h = \frac{18 * 10^3}{3600} = 5\ m/s$

$a_A = 3\ m/s^2$

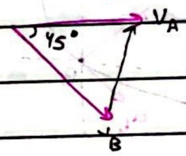
$\vec{V_A} = \vec{V_B} + \vec{V_{A/B}}$

$5\hat{i} = (2.8\cos 45\,\hat{i} - 2.8\sin 45\,\hat{j}) + (\vec{V_{A/B}})_x + (V_{A/B})_y$

$5 - 2.8\cos 45^\circ = (V_{A/B})_x$

$2.8\sin 45^\circ = (V_{A/B})_y$

$\therefore V_{A/B} = (3\hat{i} + 1.999\hat{j})\ m/s$



$\vec{a_A} = \vec{a_B} + \vec{a_{A/B}}$

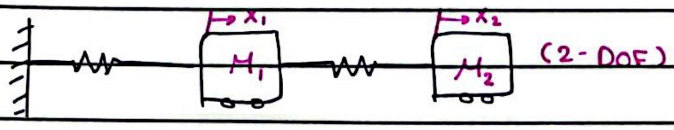
$(a_n)_B = \frac{V_B^2}{\rho_B} = \frac{(2.8)^2}{9} = 0.88\ m/s^2$

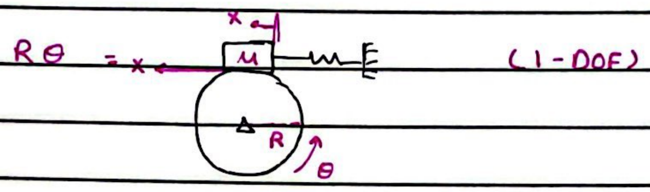
$3\hat{i} = -0.88\cos 45^\circ\hat{i} - 0.88\sin 45^\circ\hat{j} + (a_{A/B})_x + (a_{A/B})_y$

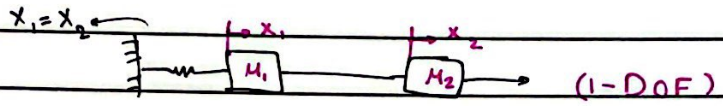
$a_{A/B} = (3.63\hat{i} + 0.628\hat{j})\ m/s^2$

الموضوع : Thursday التاريخ 27/10/2022 ٢٠١ / /

$\boxed{2/9}$ Dependante motion of Two particles.







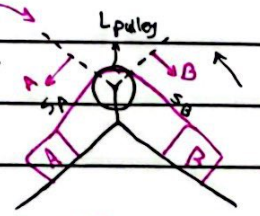
DOF: number of independent

الموضوع : Sunday التاريخ 30/10/2022 / / ٢٠١

2/9 Dependent Motion of particles :

Motion of one particle depends on corresponding particle inter connected by inextensible cords

طول الحبل ثابت



(اذا كل particle مربوطين في حبل واحد يعني عندي (1DOF

اختار ref واحد +و- من خلاله

* ومطلوب مني فقط 1DOF (بغض النظر عن عدد particles اللي بتتحرك في جسم معين لحركة تبعتهم معتمدة كلها على بعض) اذا عرفت motion لـ particle واحدة من هو بقدر اعرف لكل particle التانيين .

$$\underbrace{S_A + S_B}_{\text{تتغير}} + \underbrace{L_{Pulley}}_{\text{ثابت}} = L_{Total}$$

$$V_A + V_B + 0 = 0 \qquad V_A = \ominus V_B \qquad \boxed{\text{(-) عكسه.}}$$

$$a_A + a_B + 0 = 0$$

ما أخذت Force بعين الاعتبار لأني عم بحكي بس عن kinematic of particle

$V_A = -V_B \rightarrow$ for this case

* if A has a downwarde velocity

↳ ∴ B = an upwarde = (-)

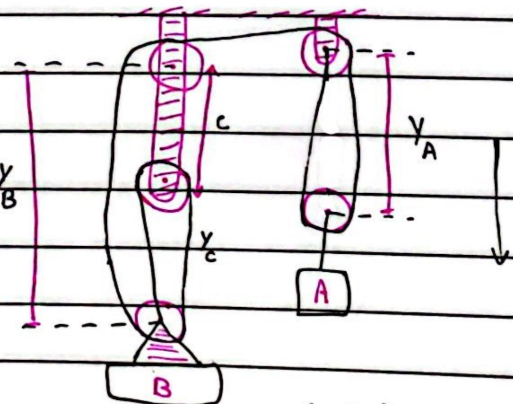
S.P 2/15 $V_B = ??$

$$L_{Total} = 2Y_A + L_{Pulleys} + Y_B + 2(Y_B - C)$$

$$\therefore L_{Total} = 2Y_A + 3Y_B + (-2C + L_{Pulleys})$$

$$0 = 2V_A + 3V_B + 0$$

$$\frac{-2}{3}V_A = V_B \qquad V_B = \frac{-2}{3} * 0.3 \qquad \boxed{V_B = -0.2 \text{ m/s}}$$



(2/15)

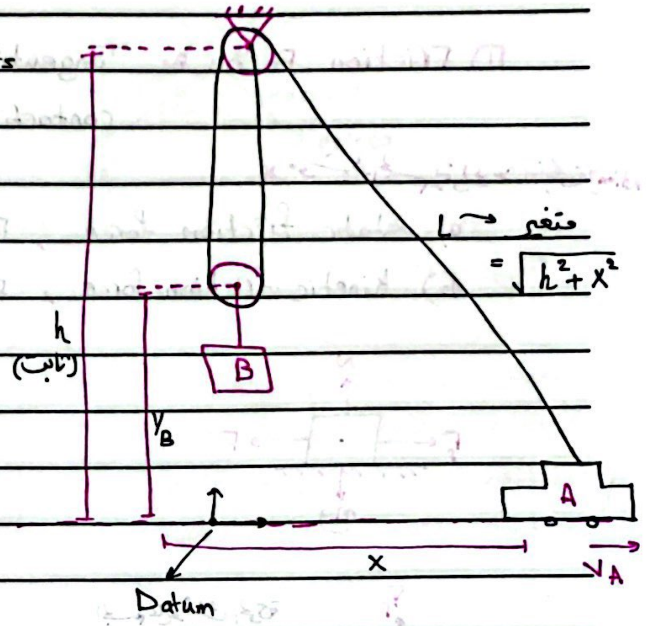
$\boxed{S.P\ 2/16}$ $V_B \to x$

$$L_{Total} = L + 2(h - y_B) + \text{constants}$$

$$L_{Total} = \sqrt{h^2+x^2} + 2(h - y_B) + C$$

$$0 = \frac{2x\dot{x}}{2\sqrt{h^2+x^2}} + -2V_B + 0$$

$$\therefore \boxed{V_B = \frac{x\,V_A}{2\sqrt{h^2+x^2}}}$$



← V_B و V_A طلعوا positive ⇐ $+x$ و
وحدة مع x والتانية مع y .

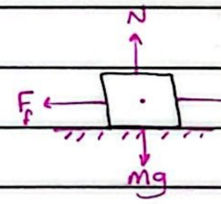
CH38- Kinetics of particles :-

[1] Friction Force :- Tangential force generated between contacting surfaces.

* موش شرط الجسم يتحرك عشان يكون في Friction

a) static friction force , $F_s = \mu_s N$ (non- moving surfaces)

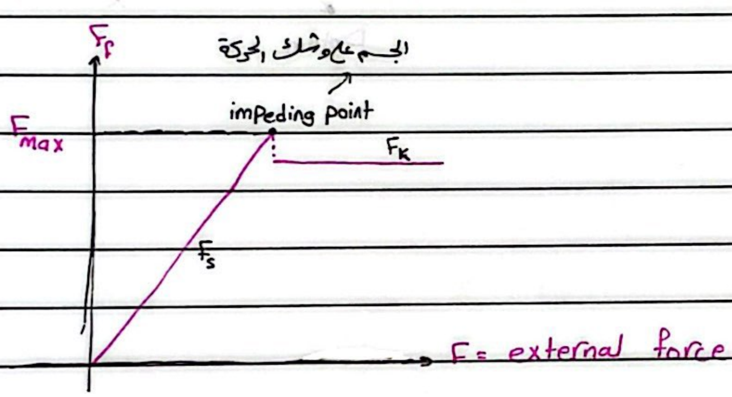
b) kinetic friction force , $F_k = \mu_k N$ (moving surface or particle)



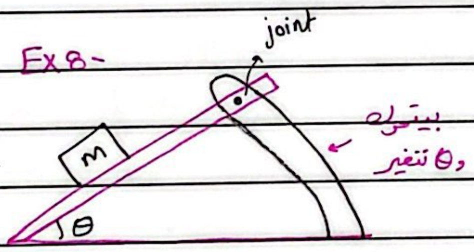
→ μ_k : Kinetic coeficient

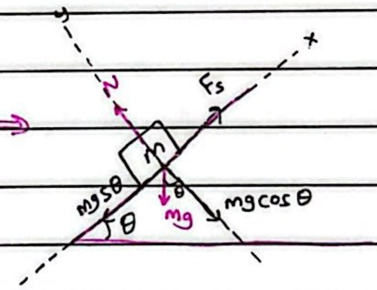
→ μ_s : static coeficient

* (F_k اقل من F_s عشان μ_k اقل من μ_s)



Ex :-





before begain to slip : في سؤال حكى
(يعني الجسم في حالة سكون)

slipdown → f_s لفوق

$\sum F_x = 0$ $\qquad$ $\sum F_y = 0$

$mg\sin\theta - F_s = 0$ $\qquad$ $N - mg\cos\theta = 0$

$mg\sin\theta = \mu_s N$ ← $N = mg\cos\theta$

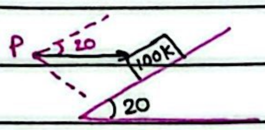
$\dfrac{mg\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\mu_s mg\cos\theta}{\cos\theta}$

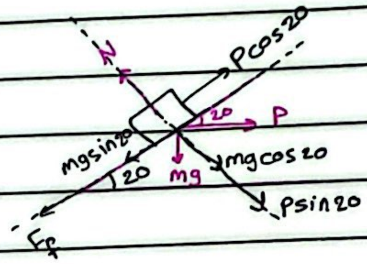
$\therefore \boxed{\theta = \tan^{-1}(\mu_s)}$

* Max θ اللي ممكن أميل فيها هاد السطح
بحيث انها تعمل slip down (قبل ما ال mass تتحرك) .

الموضوع : Tuesday . التاريخ 1/11/2022 / / ٢٠١

Ex28- $P = 500\ N$





هون بدي اشوف اذا الجسم بيتحرك اولا .

* $\mu_s = 0.2$, $\mu_k = 0.17$, at rest :

اول شي بدي أفرض انه الجسم ساكن بعدين بفرض اتجاه موجب للحركة و Friction رح يكون عكس الاتجاه المفروض اذا طلعت القيمة +ve يعني الفرض صحيح واذا -ve فهو عكس الاتجاه المفروض .

* let the mass will moving up.

$\Sigma F_x = 0$

$p\cos 20 - mg\sin(20) - F_f = 0$

$500\cos 20 - 100(9.81)\sin(20) = F_f$

∴ مجموع F في x-direc → $\boxed{F_f = 134.3\ N}$

F_{Total} اللي بتأثر ع body (mass)

$F_{max} = \mu_s N = \mu_s(mg\cos 20 + P\sin 20)$

$= 0.2(100(9.81)\cos 20 + 200\sin 20)$

∴ $\boxed{F_{max} = 219\ N} > F_f$

under static down

[هل 134 اللي بتأثر على mass بتقدر تتغلب على 219 ؟؟ ∴ الجسم ساكن]

notes 8-

← قيمة coefficient في حالة السكون أعلى

← في حالة السكون في قوة التلامس بين السطحين تخليه ساكن السبب لازم أأثر على الجسم بقوة أعلى من قوة static friction عشان أقدر أحرك الجسم

← اذا كانت force اللي بتأثر ع Particle اقل من F_s الجسم مارح يتحرك رح يضل under static

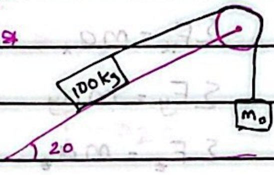
← بعد impeding force ⇐ external force بتصير اعلى وبالتالي بتصير F_k موجودة .

الموضوع : Thursday   التاريخ / / ٢٠١

S.P 6/2 Determine the range of the values which m_o may have so that the 100kg will neither starting moving up nor slip down the plane, $\mu_s = 0.3$

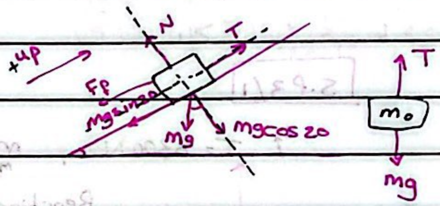
بدي قيمة m_o

اذا كانت 100kg بتتحرك للأعلى او تتحرك للأسفل (يعني بدي حلين).



$m_{o(max)}$ When the motion impeding up the plane. (الجسم على وشك الحركة) يعني الجسم لسة ساكن

one cable يعني انو 1DOF ⇐



Case 1 $\therefore \sum F_x = 0$

$T - 100g\sin 20 - F_p = 0$

$\boxed{T - 100(9.81)\sin 20 - \mu_s N = 0}$ ①

100kg $\sum F_y = 0$ $N - mg\cos 20$

$\therefore \boxed{N = mg\cos 20} = 922N$

m_o $\sum F_y = 0$

$T - m_o g = 0 \rightarrow \boxed{T = m_o g}$

$\therefore T = 100(9.81)\sin 20 + \mu_s mg\cos 20$

$T = 100(9.81)\sin 20 + 0.3(100)(9.81)\cos 20$

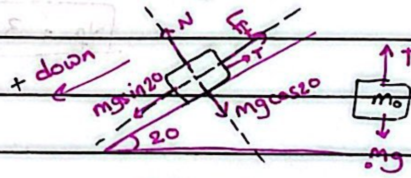
$T = 612.074$

$\therefore m_o = \frac{T}{g} = \frac{612.074}{9.81} = \boxed{62.4\ kg}$ m_o

$F_{max} = \mu_s N = 0.3(922) = 277\ N$ اذا حسبت F_{max}

$m_o g = 277 + 981\sin 20 = 0$ $\therefore m_o = 62.4\ kg$

الجسم يتحرك للأسفل



Cas 2 (slip down) $\sum F_x = 0$

$mg\sin 20 - F_p - T = 0$

$\therefore 100(9.81)\sin 20 - \mu_s mg\cos 20 - T = 0$

$T = 58.97\ N$

$\sum F_{y\,100k} = 0$ / $\sum F_{y\,m_o} = 0$

$N = mg\cos 20$ / $T = m_o g$

$\therefore m_o = \frac{T}{g} = \frac{58.97}{9.81} = \boxed{6.01\ kg}$ m_o

Scanned with CamScanner

CH3B- Kinetics of particles:

3.4 Rectilinear Motion. حركة خطية (بشكل مستقيم).

$\sum F_x = ma_x$

$\sum F_y = ma_y$

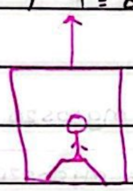
$\sum F_z = ma_z$

$\therefore a = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$

S.P3/1

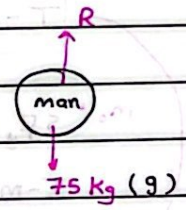
الجسم كان ساكن at rest ابدينا نتحرك يعني F_x

$T = 8300\,N$, $\underset{man}{m} = 75\,kg$, $M_T = 750\,kg$ (man, elevator, scale)



Reaction force (scale → man)

① $R = ??$



$+\uparrow \sum (F_{man})_y = ma_y$

$R - 75(9.81) = 75\,a_y$

$+\uparrow \sum (F_T)_y = m_T a_y$

$8300 - 750(9.81) = 750\,a_y$

$\boxed{a_y = 1.257\ m/s^2}$

a_y لا man نفسه ع elevator
لأنه الاثنين ماشيين مع بعض
as a one mass

$R - 75(9.81) = 75(1.257)$

$\therefore \boxed{R = 830\ N}$

السرعة بعد ٣ث في الحركة

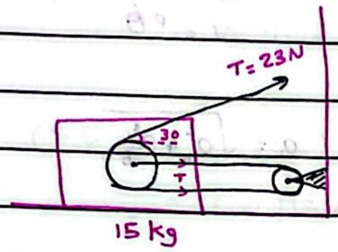
② $v_f = v_o + at$

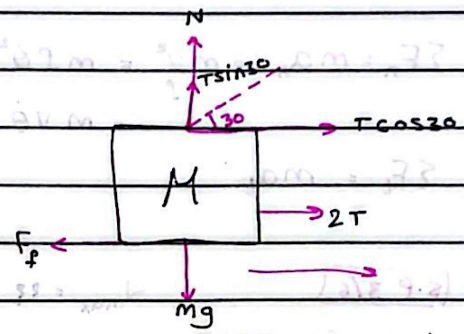
$v_f = 0 + 1.257(3)$

$\boxed{v_f = 3.77\ m/s}$

$\boxed{3/21}$ $\mu_s = 0.5$, $\mu_k = 0.4$

[هل بيتحرك ع x يعني بدي a_x]





← الجسم في البداية كان ساكن

a $\sum F_x = ma_x = 0$

$(2T + T\cos 30) - F_f = 0 \rightarrow F_f = 2T + T\cos 30$

$\therefore \boxed{F_f = 65.9N}$

$\sum F_y = 0$

$N + T\sin 30 - mg = 0$

$N = 15(9.81) - 23\sin 30$

$\therefore \boxed{N = 135.65 N}$

$F_{max} = \mu_s N$

$= 0.5(135.65) = 67.8 N$

$F_{max} > F_{force}$ under static down.

$\therefore \boxed{a_x = 0}$

b $T = 26N$ [N , F_f نفس طريقة الحل فوق لكن تختلف في الأرقام .]

$\boxed{F_f = 74.5 N}$ $\boxed{N = 134.2 N}$ $\boxed{F_{max} = 67.1 N}$

$F_{max} < F_f$

$\therefore \rightarrow \sum F_x = ma_x$

$2T + T\cos 30 - \underset{\mu_k \cdot N}{F_k} = ma_x$

$2(26) + 26\cos 30 - 0.4(134.2) = 15a_x \rightarrow \boxed{a_x = 1.39 \ m/s^2}$

الموضوع : Tuesday   التاريخ 8/11/2022   ٢٠١ / /

3/5 Curvilinear Motion :-

$$\Sigma F_n = m a_n = m\frac{v^2}{\rho} = m\rho\dot{\theta}^2 = m v \dot{\theta}$$

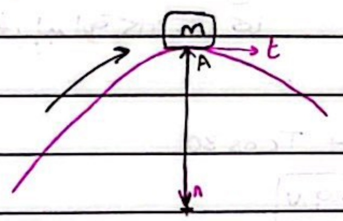
$$v = \rho\dot{\theta}$$

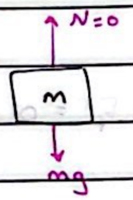
$$\Sigma F_t = m a_t$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

S.P 3/6

$v_{max} = ??$



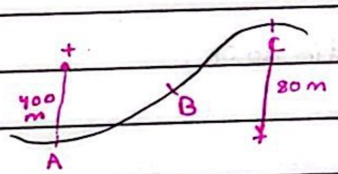


$$\Sigma F_n = m a_n$$

$$\cancel{m} g = \cancel{m}\frac{v_{max}^2}{\rho}$$

$$\rho g = v_{max}^2 \qquad \therefore \boxed{v_{max} = \sqrt{\rho g}}$$

S.P 3/8



$$(\Sigma F_t)_A = m a_t$$
$$(1500)(1.447) = 2170\ N$$

$$(\Sigma F_n)_A = m\frac{v_A^2}{\rho_A} = 1500\left(\frac{27.8^2}{400}\right) = 2890\ N$$

$$(\Sigma F_t)_B = m a_t = 1500\,(1.447) = 2170\ N$$

$$(\Sigma F_n)_B = \text{zero}$$

٢٠١ / / التاريخ 8/11/2022 Tuesday الموضوع :

at c :-

$$(\Sigma F_t)_c = m a_t = 2170\ N$$

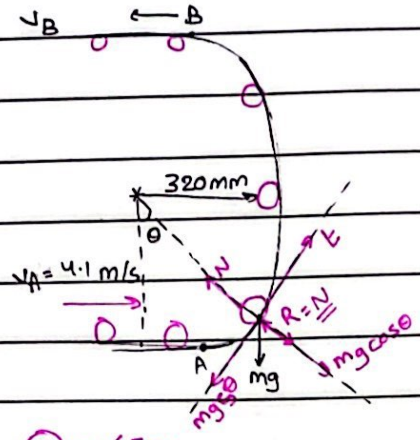
$$(\Sigma F_n)_c = m (a_n)_c = m \frac{V_c^2}{\rho_c}$$

$$= 1500 \left(\frac{13.8^2}{80}\right) = 3620\ N$$

$$(F_T)_c = \sqrt{(3620)^2 + (2170)^2} = 4220\ N$$

Scanned with CamScanner

P 3/77



m = 65 g

$$\sum F_t = m a_t$$

$$-\cancel{m}g\sin\theta = \cancel{m}a_t$$

$$\therefore \boxed{-g\sin\theta = a_t}$$

لزي احسب a_t
وما حكالي بالسؤال انه a constant
يعني ما بقدر استعمل اخر 3 قوانين

$$\sum F_n = m a_n$$

$$R - mg\cos\theta = 0.065 \frac{v^2}{0.320}$$

$$x = r\theta$$

$$ds = r\,d\theta.$$

$$\therefore v\,dv = a_t\,ds$$

$$\int_{4.1}^{v} v\,dv = \int_{0}^{\theta} a_t\,(0.320)\,d\theta$$

$$\left.\frac{v^2}{2}\right]_{4.1}^{v} = \int_{0}^{\theta} (-g\sin\theta)(0.320)\,d\theta$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{4.1^2}{2} = 0.320g\cos\theta\Big]_{0}^{\theta}$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{4.1^2}{2} + 0.320(9.81)\,[\cos\theta - 1]$$

$$\boxed{v^2 = 10.53 + 6.28\cos\theta}$$

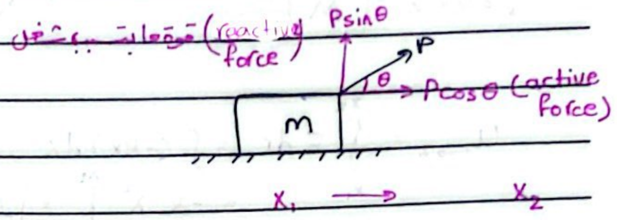
$$(R = 2.14 + 1.913\cos\theta)\ N$$

$$v_B^2 = 10.53 + 6.28\cos 180^\circ \qquad \boxed{v_B = 2.06\ m/s}$$

3/6 Work and kinetic energy

$$U_{1\to 2} = \int_{r_1}^{r_2} F \cdot dr$$

① Work associated with constant external force.



$$W = \int_{x_1}^{x_2} P\cos\theta \, dx$$

$$U_{x_1 \to x_2} = \underbrace{P\cos\theta}_{\text{constant}} [x_2 - x_1]$$

(vector quantity)   neg يعني الجسم رح تخسر طاقة . $(x_2 < x_1)$

② ① لما يتحرك الجسم بشكل افقي على سطح الارض بكون عليه mg للأسفل و N للأعلى هون الشغل ما بكون ع y-axis لانو ما في ازاحة ← هدول ال forces اسمهم reactive forces.

(ال force ما بنتج منها ازاحة) الشغل الـ بنتج منها صفر.

اما F_s عملت ازاحة اسمها active

* الطاقة المبذولة لعمل اشي معين.

* الجسم لحتى ينتقل من A ← B رح يبذل شغل بكون نتيجة force اللي تم بتأثر عليه اثناء الحركة * مقدار المسافة اللي بتحركه

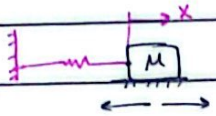
← القوة التي تسبب شغل بسميها (active force)

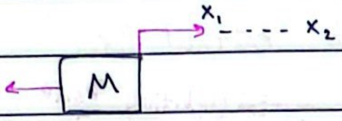
Scanned with CamScanner

② work associated with a spring force.

rubber يمكن spring مش شرط بس زنبرك

لما أشد spring بحاول يقاوم force اللي بتأثر عليه (ممانع) ضد الـ force اللي بتأثر عليه (القوة اللي بمانعها اسمها F_s)





$F_s = kx$

$$U_{1\to2} = \int_{x_1}^{x_2} F\,dr = \int (-kx)\,dx$$

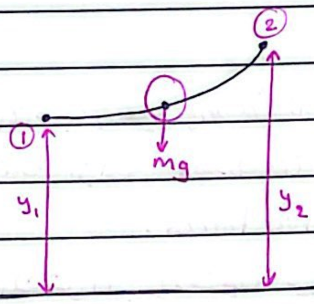
$$= \frac{-k}{2} x^2 \Big]_{x_1}^{x_2} = \boxed{\frac{1}{2} k (x_1^2 - x_2^2)}$$

③ work associated with weight

لما الجسم يتحرك عمودي

(هون الحركة under gravity)

$$U_{1\to2} = \int_1^2 \underbrace{F}_{mg} \cdot dr$$

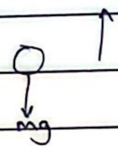


$$U_{1\to2} = -mg\,(y_2 - y_1)$$

$$= mg\,(y_2 - y_1)$$

$$\int_2^1 f \cdot dr = mg\,(y_2 - y_1)$$

$$\int_1^2 f\,dr = mg\,(y_1 - y_2) = -mg\,(y_2 - y_1)$$



$$\int_{y_1}^{y_2} + mg\,dy$$

$$= -mg\,(y_2 - y_1)$$

$$= \underset{\text{constant}}{mg}\,(y_1 - y_2)$$

* اذا force كان بنفس اتجاه displ. بكون الشغل Positive.

* لما الجسم يتعرض لـ Force وشلت force يستعيد الجسم وضعه الطبيعي ← هاي الخاصية (elastic material) ← يعني اي elastic material بنعبر عنها بـ spring

← لأنه بوجود force تتغير طوله ولما اشيل force بيرجع لطوله الاصلي.

← F_s بكون اتجاهها عكس اتجاه تأثير force.

التاريخ / / ٢٠١ 15/11/2022 Tuesday الموضوع :

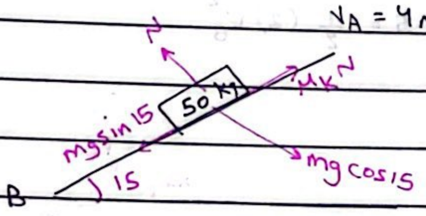
Work - energy equation :-

$$T_1 + U_{1\to2} = T_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + U_{1\to2} = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$U_{1\to2}$ → constant force, weight, spring force

S.P 3/11



$v_A = 4\,m/s$, $\mu_k = 0.3$

$A \to B = 10m$

$v_B = ??$

$$T_A + U_{A\to B} = T_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + (mg\sin15 - \mu_k N)(10) = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = 3.15\,m/s$$

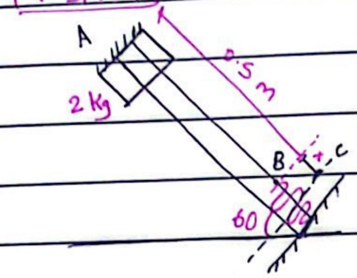
(بقدر أحلها بمعادلات الحركة.)

الموضوع : Sunday التاريخ 20/11/2022 / / ٢٠١

at rest

(slid down ← الجسم يتحرك للأسفل).

P 3/109



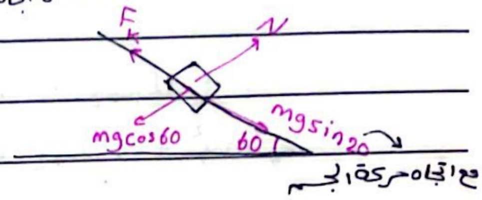
$V_A = 0\ m/s$

$\mu_k = 0.4$

$k = 1.6\ kN/m$

$V_B = ??$

بلحظة اصطدام الجسم بـ spring.



strike: يصطدم/يضرب

في الحركة من A ← B (اول ما يصطدم بالـ spring) بكون ما في spring بهاي المنطقة

$$T_A + U_{A\to B} = T_B$$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 + (mg\sin 60 - \mu_k N)0.5 = \frac{1}{2} m V_B^2$$

لأنه V_A صفر → zero constant force

$$(2(9.81)\sin 60 - 0.4(2)(9.81)\cos 60)0.5 = \frac{1}{2}(2)V_B^2$$

$$\boxed{V_B = 2.56\ m/s}$$

(max def)

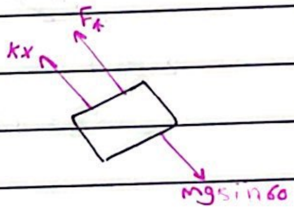
$$\cancel{T_A}^{\,zero} + U_{A\to C} = \cancel{T_C}^{\,zero}$$

zero → عندها max def وبتكون V صفر

$$(mg\sin 60)(0.5+x) - (\mu_k N)(0.5+x) - \frac{1}{2}kx^2 = 0$$

لحد ما يضغط بالـ spring ويضغطه لحد اقصى def ممكن نعمله عليه

$$\boxed{x = 98.9\ mm}$$



* ممكن أحلها بطريقة ثانية (من B ← C):

$$T_B + U_{B\to C} = T_C$$

$$\frac{1}{2} m V_B^2 + (mg\sin 60 - \mu_k N)\,x - \frac{1}{2}kx^2 = 0$$

unstretched length ← يعني لسا ما صار عليه deformation (free).

U → constant force, mg, kx (spring force)

constant force ← يعني قيمة (applied f) الي بنعطيها للجسم هي قيمة ثابتة ما بتتغير طول الوقت

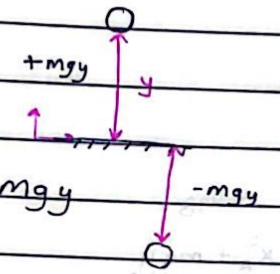
الموضوع : sunday 20/11/ 2022 التاريخ / / ٢٠١

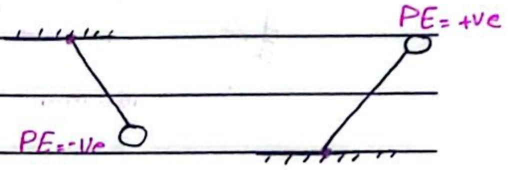
تختزن من خلال الموقع المسافة التي يبعد فيها عن ref

$\boxed{3/7}$ potential Energy ← الطاقة المخزنة في الجسم

أما الطاقة الحركية هي الطاقة التي يختزنها الجسم اثناء الحركة

① Gravitational P.E





يمكن يكون +ve او -ve ← $V_g = mgy$

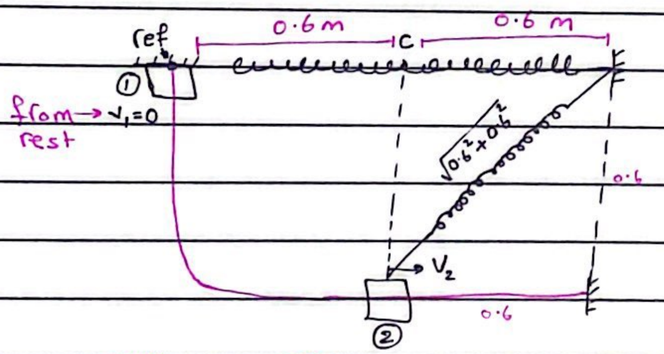
② Elastic PE (تعامل معاملة spring)

+ve ← $V_e = \frac{1}{2}kx^2$ always positive.

$$T_1 + V_{e1} + V_{g1} + U'_{1\to2} = T_2 + V_{e2} + V_{g2}$$

constant force only

$\boxed{S.P\ 3/16}$ [non-conservative force: تخزن طاقة ولا تحافظ عليها / damper, friction] [يخزن طاقة ويحافظ عليها spring]



قبل ما يشبك الجسم (mass) يعني قبل ما يحط عليها deflor. unstretched length = 0.6m

$\therefore x_1 = 1.2 - 0.6 = 0.6m$

$x_2 = \sqrt{2}\,0.6 - 0.6$

$$\cancel{T_1}^{zero} + V_{e1} + \cancel{V_{g1}}^{zero} + U'_{1\to2} = T_2 + V_{e2} + V_{g2}$$

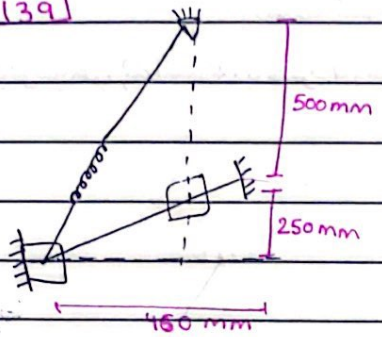
$$0 + \frac{1}{2}k(0.6)^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 - mg(0.6)$$

لانه الجسم موجود ع ref $\therefore V_{g1} =$ zero

مافي constant force يعني مافي شغل

٢٠١ / / التاريخ 22/11/2022 Tuesday الموضوع :

$\boxed{P\ 3/139}$



$m = 0.9\ kg$

$v_A = 0\ m/s$

$375mm$ = unstretched

$$T_A + V_{eA} + V_{gA} + U'_{A-B} = T_B + V_{eB} + V_{gB}$$

$$0 + \frac{1}{2} k x_A^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} k x_B^2 + mg y_B$$

$$v_B = 1.156\ m/s$$

$x_A = \sqrt{0.45^2 + 0.75^2} - 0.375$

$= 0.5\ m$

$x_B = 0.5 - 0.375 = 0.125m$

$y_B = 0.25m$

الموضوع : Tuesday التاريخ 22/11/2022

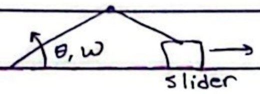
CH5:- Kinetics of Rigiod body

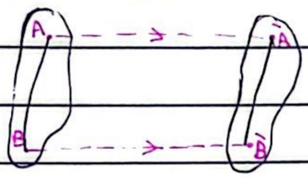
→ plane motion.

① Translation → Retilinear
  → curvilinear

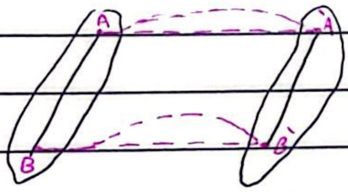
② Rotation about fixed axis

③ General plane Motion (combination between translation and rotation)

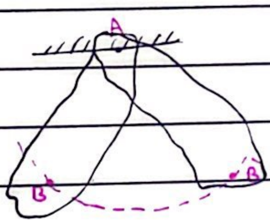




→ translation.



→ curvilinear



→ rotation about fixed axis.

$\boxed{5/2}$ Rotation :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta}$$

$$\omega \, d\omega = \alpha \, d\theta$$

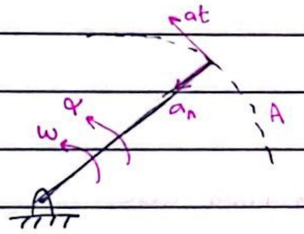
* if $\alpha = \alpha_c =$ constant

$$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_c t^2$$

→ Rotation about fixed axis :-



fixed-axis   or   R.H rule

$v = r\omega$

$a_t = \alpha r$

$a_n = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$

$$a = \underbrace{\vec{\omega} \times \vec{v}}_{a_n} + \underbrace{\vec{\alpha} \times \vec{r}}_{a_t}$$

S.P 5/11

$\omega_1 = 1800$ rev/min CW $\rightarrow = 1800 * \frac{2\pi}{60} = 60\pi$

$\alpha = 4t$ rad/s^2 CCW

① $t \longrightarrow \omega_2 = 900$ rev/min CW $\rightarrow = 900 * \frac{2\pi}{60} = 30\pi$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \int_0^t \alpha \, dt = \int_{\omega_1}^{\omega} d\omega$$

$$2t^2 = \omega - \omega_1 \rightarrow 2t^2 - 60\pi = -30\pi$$

$$\boxed{2t^2 - 60\pi = \omega} \qquad \therefore \boxed{t = 6.86 \text{ sec}}$$

② $\omega = 0$

$$0 = 2t^2 - 60\pi$$

$$\boxed{t = 9.71 \text{ sec}}$$

③ $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$$\int_{t=0}^{9.71} \omega dt = \int_{\theta=0}^{\theta_{cw}} d\theta$$

$$\int_0^{9.71} (2t^2 - 60\pi)\, dt = \theta_{cw}$$

$$\left(\frac{2t^3}{3} - 60\pi t\right)\Big]_0^{9.71} = \theta_{cw}$$

$\therefore \theta_{cw} = -1220$ rad $\longrightarrow N_{cw} = \frac{1220}{2\pi} = 194.2$ rev

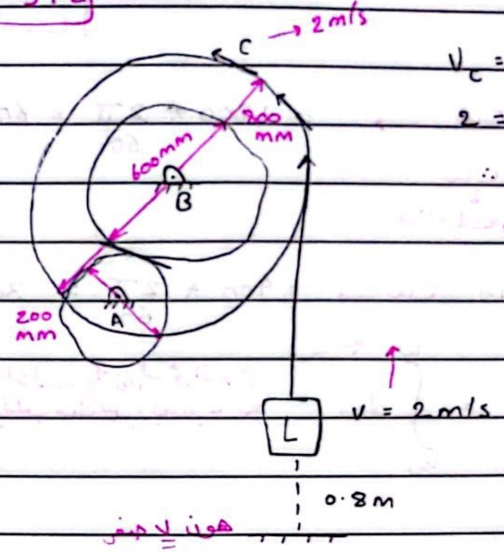
$$\int_{9.71}^{14} (2t^2 - 60\pi)\, dt = \int_0^{\theta_{ccw}} d\theta \Rightarrow \theta_{ccw} = 410 \text{ rad} \Rightarrow N = \frac{410}{2\pi} = 65.3 \text{ rev}$$

Total $N = N_{cw} + N_{ccw}$

$194.2 + 65.3 \simeq 259$ rev

التاريخ 27/11/2022 sunday الموضوع :

$\boxed{S.P\ 5/2}$



عند نقطة الالتقاء (الاحتكاك)

$v_A = v_B$

$\omega_A r_A = \omega_B r_B$

$\alpha_A r_A = \alpha_B r_B$

$v_c = r_c \omega_c$

$2 = 0.4\, \omega_c$

$\therefore \omega_c = 5\ rad/s$

[عند نقطة التقاء الاسنان ا 2gear اثناء الدوران linear لا بتكون متساوية عشان هاي الاسنان اذا كل gear بلف بسرعة مختلفة عن الثاني رح يخبطوا ببعض بالاحتكاك بزيد ويكسروا بعض].

عند A و B rotation about fixed axis

يعني v للمركز = صفر

$\boxed{1}$ $a_c \rightarrow (a_n)_c = \dfrac{v_c^2}{\rho_c} = \dfrac{2^2}{0.4} = 10\ m/s^2$

$(a_t)_c = \rightarrow v_c^2 = v_0^2 + 2a_t(s_c - s_0)$

$2^2 = 0 + 2a_t(0.8)$

$a_t = 2.5\ m/s^2$

$\therefore a_c = \sqrt{10^2 + 2.5^2} = 10.31\ m/s^2$

$\boxed{2}$ $\omega_A = ??$ cw $\rightarrow$ $v_A = v_B$

B و C لازم بلفوا مع بعض عن نفس نقطة centre يعني بلفوا بنفس الـ ω $\rightarrow$ $\omega_c = \omega_B$ ccw

$\omega_A r_A = \omega_B r_B$

$\omega_A (0.1) = 5(0.3)$

$\therefore \omega_A = \left(\dfrac{0.3}{0.1}\right)(5) = 15\ rad/s$ cw

gear ratio ← من نقطة الالتقاء

$(a_t)_A = (a_t)_B$

$\alpha_A = ?$

$(a_t)_c = r_c \alpha_c$

$2.5 = 0.4(\alpha_c)$

$\alpha_c = 6.25\ rad/s^2 = \alpha_B$

$\alpha_A (0.1) = (6.25)(0.3)$

$\alpha_A = 18.75\ rad/s^2$

الموضوع : sunday التاريخ 27/11/2022 ٢٠١ / /

$a_{Total} \rightarrow \quad (a_n)_A = \frac{V_A^2}{\rho_A} = \frac{(1.5)^2}{0.1} = 22.5\ m/s$ $\qquad V_A = V_B$

$\therefore V_A = r_A \omega_A$

$(a_t)_A = r_A \alpha_A = 0.1\,(18.75) = 1.875$ $\qquad = 0.1\,(15) = 1.5$

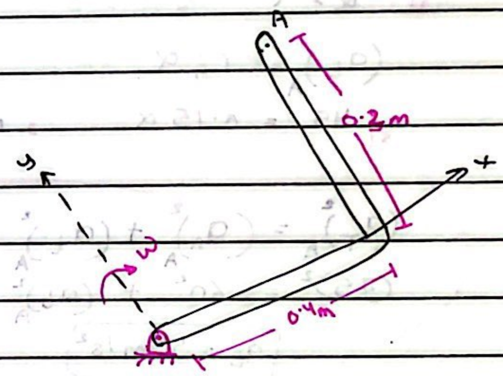
$\therefore a_T = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

$= \sqrt{(22.5)^2 + (1.875)^2}$

$\boxed{S.P\ 5/3}$ عكس اتجاه ω لأن α سرعة تناقص

$\alpha = 4\ rad/s^2$ ccw (+ve)

$w = 2\ rad/s$ cw (-ve)



$V_A = \vec{w} \times \vec{r_A}$

plane عمودي على $= -2\hat{k} \times (0.4\hat{i} + 0.3\hat{j})$

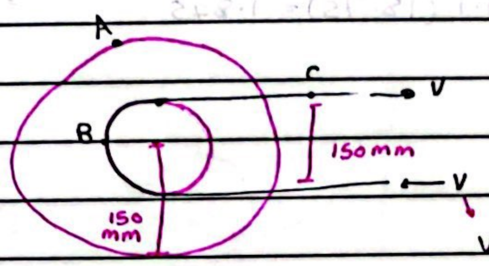
$= -0.8\hat{j} + 0.6\hat{i}$

w الاتجاه

الموضوع : Tuesday 29/11/2022 التاريخ / / ٢٠١

P5/17 $v_B = \omega r_B = 1.5\,m/s$

$v_A = \omega r_A = 0.15(20) = 3\,m/s$



$V = 1.5\,m/s$

$V = r\omega$

$(a_T)_A = 75\,m/s^2$

$1.5 = 0.075\,\omega$

$\boxed{\omega = 20\,rad/s}$ cw

1) $\alpha = ?$

$(a_t)_A = r_A \alpha$

$45 = 0.15\,\alpha \longrightarrow \alpha = 300\,rad/s^2$ cw

$(a_T)_A^2 = (a_n)_A^2 + (a_t)_A^2$

$(75)^2 = 60^2 + (a_t)_A^2$

$\boxed{a_t = 45\,m/s^2}$

$(a_n)_A = \omega^2 r_A$

$(a_n)_A = (20)^2 \cdot (0.15)$

$a_n = 60\,m/s^2$

2) $(a_T)_B = \sqrt{(a_n)_B^2 + (a_t)_B^2} = 37.5\,m/s^2$

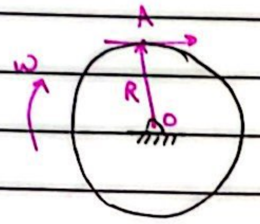
$(a_n)_B = \omega^2 r_B = 20^2(0.075) = 30\,m/s^2$

$(a_t)_B = r_B \alpha = 0.075(300) = 22.5\,m/s^2$

3) $(a_t)_C = 22.5\,m/s^2$

5/3 Absolute Motion

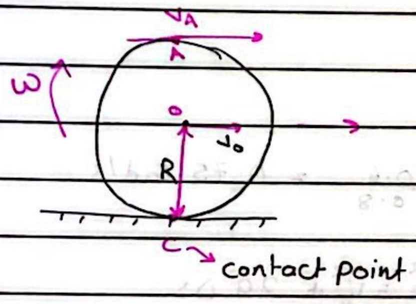
* كيفية ايجاد معادلة الحركة لهذه النقاط الموجودة في الجسم الواحد ← ولا تعتمد على قانون ثابت لانها تعتمد على شكل الجسم



rotation about fixed axis

$v_A = RW$ — بُعد A عن النقطة الثابتة O

$v_O = 0 \, m/s$



$v_A = v_O + v_{A/B}$

* rolling without slipping — الحل ← absolute ، ← relative

النقطة C ثابتة $v_C = 0 \, m/s$

$v_O = RW$ (بُعد O عن C)

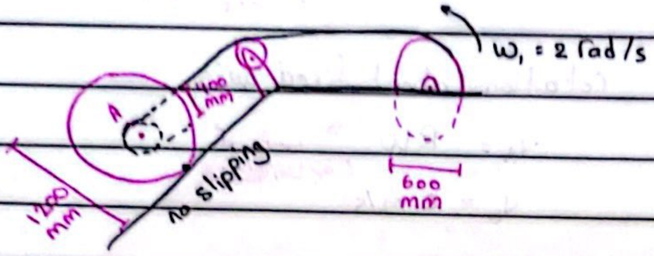
$v_A = \underbrace{2R}_{\text{بعد A عن C (القطر)}} W$

* rolling with slipping

طريقة حل وحدة ع relative ← الا اذا اعطاني بالسؤال انه في نقطة ثابتة

التاريخ / / ٢٠١ 1/12/2022 Thursday الموضوع :

$\boxed{5/31}$



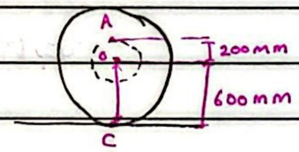
$$v_1 = r_1 \omega_1$$
$$= 0.3(2) = 0.6$$
$$r_A \omega_A = v_A = v_1 = 0.6 \text{ m/s}$$
$$(0.8)\omega_A = 0.6 \qquad \omega_A = \frac{0.6}{0.8} = 0.75 \text{ rad/s}$$

$$v_f = v_0 + at \qquad v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

$$\boxed{v_o = \frac{s_o}{t}}$$

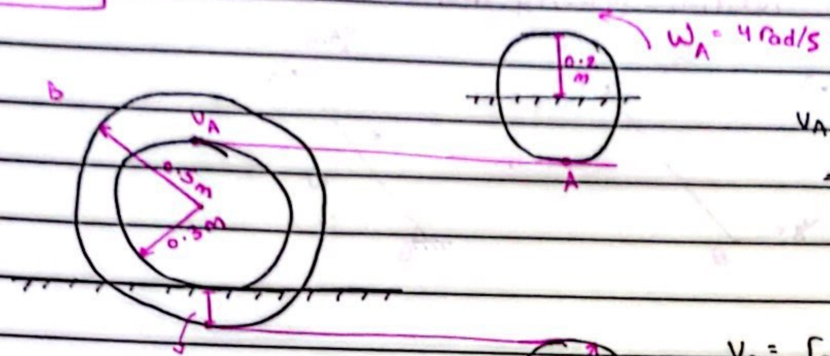
$$v_o = r_o \omega_o$$
$$= 0.6(0.75) = 0.45 \text{ m/s}$$

$$0.45 = \frac{30}{t}$$
$$t = \frac{30}{0.45} = 66.7 \text{ sec}$$



التاريخ / / ٢٠١ 1/12/2022 Thursday الموضوع:

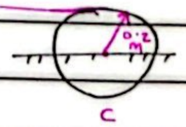
P5/47



$v_A = r_A \omega_A$

$= 0.2(4) = 0.8$ m/s

$v = (0.5-0.3) * \frac{0.8}{0.6}$



$v_c = r_c \omega_c$

$= 0.2\ \omega_c$

ω_c ??

$v_A = 0.6\ \omega_B$

$\frac{0.8}{0.6} = \omega_B$

$\omega_c = 0.2\left(0.2\ \frac{(0.8)}{0.6}\right) = \frac{4}{3}$

$(a_t)_A = r_A \alpha_A$

$= 0.2(3) = \boxed{0.6\ m/s^2}$

$(a_t)_B = r_B \alpha_B = 0.6\alpha_B = 0.6$

$\boxed{\alpha_B = \text{rad}/s^2}$

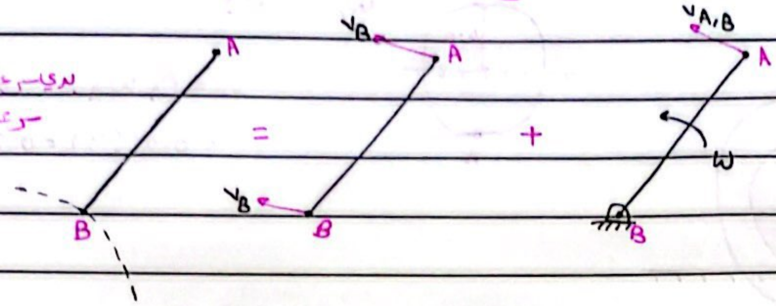
$(a_t) = r\ \alpha_B$

$a_t = (0.2)(1) = (a_t)_c = 0.2\ \alpha_c$

$\boxed{\alpha_c = 1\ \text{rad}/s^2}$ CCW

$\boxed{5/4 \text{ and } 5/6}$ Relative velocity and Relative acceleration

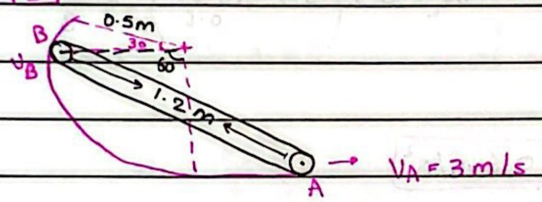
بدي سرعة A اذا عندي سرعة B

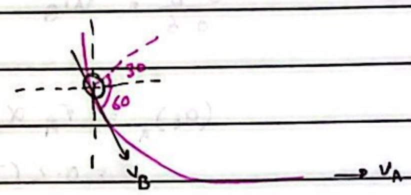


$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{A,B}$

$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}$

$\boxed{P5/73}$



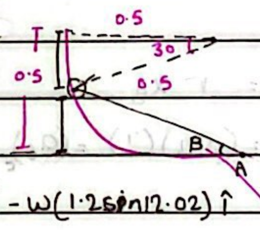


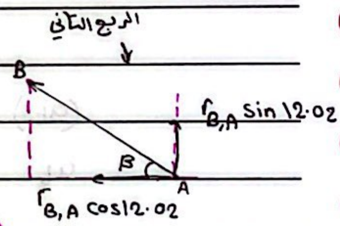
$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B,A}$ ما عندي نقطة سرعتها صفر ← Relative ال

$= 3\hat{i} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B,A}$

$V_B \cos 60 \hat{i} - V_B \sin 60 \hat{j} =$

$= 3\hat{i} + \vec{\omega} \times (-1.2\cos 12.02 \hat{i} + 1.2 \sin 12.02 \hat{j})$





$V_B \cos 60 \hat{i} - V_B \sin 60 \hat{j} = 3\hat{i} + -\omega(1.2\cos 12.02)\hat{j} - \omega(1.2 \sin 12.02)\hat{i}$

$\sin\beta = \frac{0.5 - 0.5\sin 30}{1.2}$

$\therefore \beta = 12.02^\circ$

$\hat{i}: \frac{1}{2} V_B = 3 - 0.25\omega$

$\hat{j}: -\frac{\sqrt{3}}{2} V_B = -1.174\omega$

$\rightarrow \omega = 3.23 \text{ rad/s}$

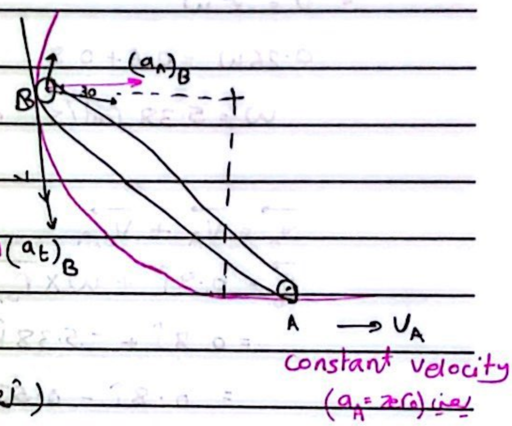
$\rightarrow V_B = 4.38 \text{ m/s}$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B,A}$$

$a_n = -\omega^2 r_{B,A}$ $a_t = \alpha \times r_{B,A}$

$\omega \times (\omega \times r) = -\omega^2 r$

$\boxed{P5/140}$ find α_{bar} and $(a_t)_B$



$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B,A}$$

$(a_t \cos 60 \hat{i} - a_t \sin 60 \hat{j})_B +$

$(38.4 \cos 30 \hat{i} + 38.4 \sin 30 \hat{j}) = 0 + \vec{a}_{B,A}$

n: $-\omega^2 r_{B,A}$ t: $\alpha \times r_{B/A}$

$$(a_n)_B = \frac{V_B^2}{r_B} = \frac{(4.38)^2}{0.5} = 38.4 \ m/s^2$$

$$(a_{B,A})_t = \alpha \hat{k} \times (-1.2 \cos 12.02 \hat{i} + 1.2 \sin 12.02 \hat{j})$$

$$(a_{B/A})_n = -\omega^2 \vec{r}_{B,A}$$ ← بروح اشي من A لـ B

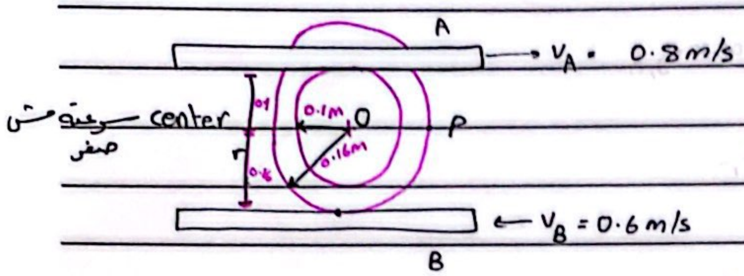
$$= -(+3.23)^2 (-1.2 \cos 12.02 \hat{i} + 1.2 \sin 12.02 \hat{j})$$

$$\therefore (a_t)_B = -23.9 \ m/s^2$$

$$\alpha = -36.2 \ rad/s^2$$

التاريخ / / ٢٠١   6/12/2021   Tuesday   الموضوع :

P5/75



CW

المسافة بين نقطتين معلومات

$$v = r\omega$$

$$0.26\omega = 0.6 + 0.8$$

$$\omega = 5.38 \text{ rad/s} \quad CW$$

$$\vec{v}_o = \vec{v}_A + \vec{v}_{o,A}$$

$$\vec{v}_o = 0.8\hat{i} + \omega \times \vec{r}_{o,A}$$

$$= 0.8\hat{i} + -5.38\hat{k} \times (-0.1\hat{j})$$

$$= 0.8\hat{i} - 0.538\hat{i}$$

$$v_o = 0.262\hat{i} \text{ m/s}$$

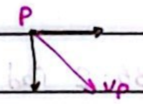
$$\vec{v}_p = \vec{v}_o + \vec{v}_{p,o}$$

$$\vec{v}_p = 0.262\hat{i} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{p,o}$$

$$\vec{v}_p = 0.262\hat{i} + (-5.38\hat{k} \times 0.16\hat{i})$$

$$= 0.262\hat{i} - 0.862\hat{j}$$

$$\therefore \boxed{v_p = 0.9 \text{ m/s}}$$



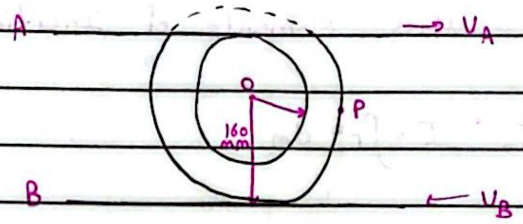
الموضوع : Thursday 8/12/2022 التاريخ / / ٢٠١

$\boxed{P/146}$

$a_A = 2\ m/s^2$

$a_B = 0\ m/s^2$

$a_P = ??$



$\vec{a}_P = \vec{a}_o + \vec{a}_{P/o}$

$\vec{a}_{P/o} = (\vec{a}_{P/o})_n + (\vec{a}_{P/o})_t$

$(\vec{a}_{P/o})_n = (0.16)(\omega^2)$ - $\rightarrow \omega = 5.38\ rad/s$, P/75

$= 0.16\ (5.38)^2 = 4.64\ m/s^2$ O $\xrightarrow{0.16m}$ P

$(\vec{a}_{P/o})_t = (0.16)(\alpha)$

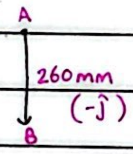
$\vec{a}_B = \vec{a}_A + (\vec{a}_{B/A})_n + (\vec{a}_{B/A})_t$

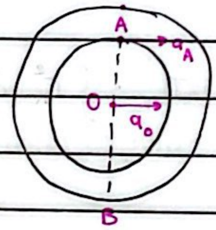
$0 = 2\hat{i} + -(0.26)\alpha\hat{i} + (a_{B/A})_n\hat{j}$

where. $(a_{B/A})_t = (A \rightarrow B)\alpha$

$= \alpha\hat{k}\ (0.26)\ (-\hat{j})$

$= 0.26\alpha\ (-\hat{i})$





$r_{AB} = 160 + 10$

$= 260\ mm$

$0 = 2 + 0.26\alpha \rightarrow \alpha = 7.69\ rad/s^2$ cw

$(a_{P/o})_t = 0.16\ (7.69) = 1.231\ m/s^2$

باتجاه المركز tangent to path

$\therefore \vec{a}_P = a_o + 4.64\ (-\hat{i}) + 1.231\ (-\hat{j})$

$a_o = r\alpha = 0.16\ (7.69) = 1.231\ m/s^2\ (\hat{i})$

$-\hat{j}$ (-) cw

$a_P = \sqrt{(-4.64 + 1.231)^2 + (1.231)^2} = 3.62\ m/s^2$

الموضوع : sunday   التاريخ 11/12/2022   / / ٢٠١

Appendix B 8-

Mass Moments of Inertia. (introduction)

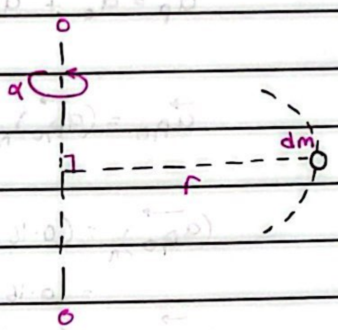
توزيع لـ احدة للmass تبعت rigid body

اللي عم بلف حولين axis معين بسميه (MMOI)

حولين axis معين ← $I = \int r^2 \, dm$

بُعد centre mass عن axis اللي عم بلف حوليه هذا rigiod ← $K = \sqrt{\frac{I}{m}}$, $I = K^2 m$

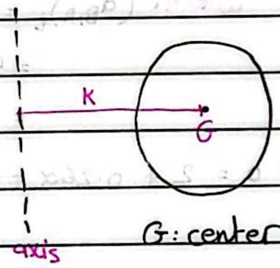
K: Radius of Gyration



parallel axis theorem $I = \bar{I}_G + m\underbrace{d^2}_{= K : \text{Radius}}$

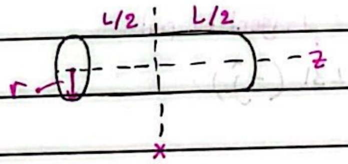
اذا بدي اعرف I حولين axis معين ا rigid body معين ـــ بحكي I حولين axis هي I حولين المركز تبعه + md^2

$I_{xx} = \int r_x^2 \, dm$ $I_{yy} = \int r_y^2 \, dm$ $I_{zz} = \int r_z^2 \, dm$



G: center of mass

Ex:-

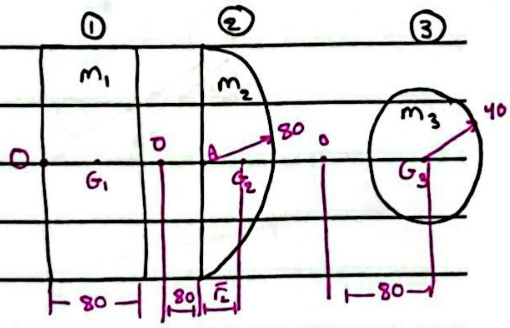


from Table D_4

الموضوع : sunday التاريخ 11/12/2022 / / ٢٠١

$\boxed{B/54}$ Element composed of three parts, [بدي اعرف لكل شكل I حولين لنقطة O]

+1 , +2 , −3



Let ρ = mass/unit face area, kg/m^2 $(m_1 = \frac{\rho}{v_1})$

part 1 : $m_1 = 0.160 * 0.080\rho$ =

$$I_{oo} = \frac{1}{12} m_1 (0.160)^2 + \frac{1}{3} m_1 (0.080)^2$$

$$= 54.6 * 10^{-6} \rho \ kg.m^2$$ Table D/4 "Dimensions in mm"

part 2 : $m_2 = \frac{1}{2}\pi(0.080)^2\rho = 0.01005\rho$ Kg

$$I_A = \frac{1}{2} m_2 r^2 = \frac{1}{2} 0.01005\rho(0.080)^2 = 32.2*10^{-6}\rho \ kg.m^2$$

$$\bar{r}_2 = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4(0.080)}{3\pi} = 0.0340 \ m$$

$$I_{G_2} = I_A - m_2\bar{r}_2^2 = 32.2*10^{-6}\rho - 0.01005\rho(0.0340)^2 = 20.6*10^{-6}\rho \ kg.m^2$$

$$I_{oo} = I_{G_2} + m_2(0.080+0.0340)^2 = 20.6*10^{-6}\rho + 0.01005\rho(0.1140)^2$$

$$= 151.1*10^{-6}\rho \ kg.m^2$$

part 3 : $m_3 = \pi(0.040)^2\rho = 0.00503\rho$ kg

$$I_{G_3} = \frac{1}{2} m_3 r^2 = \frac{1}{2} * 0.00503\rho(0.040)^2 = 4.02*10^{-6}\rho \ kg.m^2$$

$$I_{oo} = I_{G_3} + m_3 d^2 = 4.02*10^{-6}\rho + 0.00503\rho(0.080)^2 = 36.2*10^{-6}\rho \ kg.m^2$$

combried $m = m_1 + m_2 - m_3 = (0.0128 + 0.01005 - 0.00503)\rho = 0.01783\rho$ kg

combried $I_{oo} = (54.6 + 151.1 - 36.2)*10^{-6}\rho = 169.5*10^{-6}\rho \ kg.m^2$

$$I_{oo} = mk_o^2 \rightarrow k_o = \sqrt{\frac{169.5*10^{-6}\rho}{0.01783\rho}} = 0.0975m = 97.5 \ mm$$

Scanned with CamScanner

CH68- Kinetic of Rigiod bodies

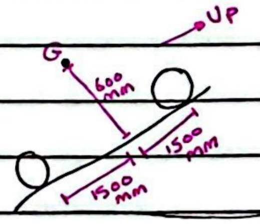
$$\left.\begin{aligned}\Sigma F_x &= m a_{G,x} \\ \Sigma F_y &= m a_{G,y}\end{aligned}\right] \text{ scalar equations}$$

$$\boxed{\Sigma M_G = I_G \alpha}$$

* planar Kinetic Equation of Rotational Motion

الموضوع: Thursday التاريخ 15/12/2022 ٢٠١ / /

$\boxed{S.P\,6/1}$



$\nearrow +$

$\sum F_x = m\, a_{x,G}$

$\mu_k N_B - mg\sin\theta = m\, a_x$

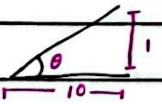
$F_f = 1500(1.608) + 1500(9.81)\sin\theta$

$\therefore \boxed{F_f = 3880\ N}$

$V_f^2 = V_i^2 + 2\, a_x (S - S_o)$

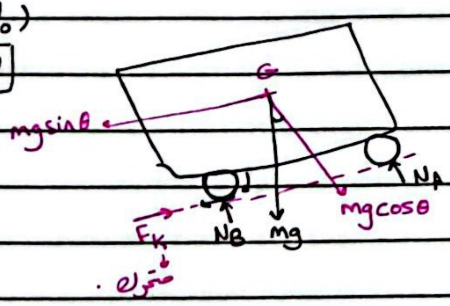
$\left(\frac{50}{3.6}\right)^2 = 0 + 2\, a_x\, (60)$

$\therefore \boxed{a_x = 1.608\ m/s^2}$



$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$

$\therefore \boxed{\theta = 5.71}$



Load اعلى في العجل الخلفي

$+\uparrow \sum F_y = 0$

$N_A + N_B - mg\cos\theta = 0$ ... ①

$+\circlearrowright \sum M_G = I_G\,\alpha = 0$

$F_k(0.6) - N_B(1.5) + N_A(1.5) = \text{zero}$ ... ②

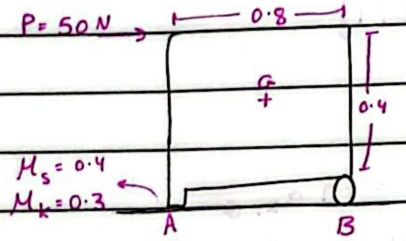
$N_A = 6550\ N$

$N_B = 8100\ N$

$N_A + N_B = 14650\ N$

Scanned with CamScanner

$\boxed{P\ 6/9}$



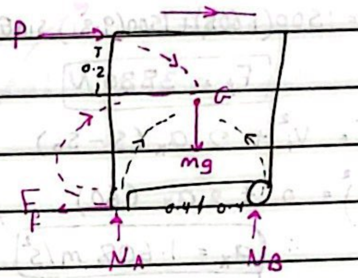
at rest: $\sum F_x = m a_x = 0$

$50 - F_f = 0$

$\therefore\ F_f = 50\ N$ (+ يعني الاتجاه صح لليمين)

$F_{max} = \mu_s N_A$

$= 0.4\ N_A$



* بفرض حركة الجسم لليمين

$\sum F_y = 0$ (مافي حركة في y-dir)

$N_A + N_B - mg = 0$

$N_A + N_B - 20(9.81) = 0$ ---- (1)

$\curvearrowleft + \sum M_G = 0$

$-50(0.2) \underbrace{-50}_{F_f}(0.2) - N_A(0.4) + N_B(0.4) = 0$ ---- (2)

$\therefore\ N_A = 73.1\ N$

$N_B = 123.1\ N$

$\therefore\ F_{max} = 0.4(73.1) = 29.24\ N < 50\ N$

يعني فرضنا غلط ← الجسم يتحرك وليس ثابت

$\sum F_x = m a_x$

$50 - \mu_k N_A = 20\ a_x$

$\curvearrowleft + \sum M_G = 0$

$-50(0.2) - (0.3 N_A)(0.2) - N_A(0.4) + N_B(0.4) = 0$

$\therefore\ N_A = 79.6\ N$

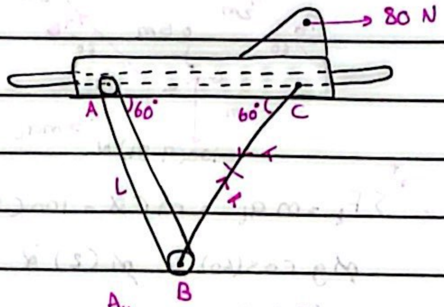
$N_B = 116.6\ N$

$\Rightarrow 50 - 0.3(79.6) = 20\ a_x$ $\boxed{a_x = 1.306\ m/s^2}$

Scanned with CamScanner

الموضوع : Sunday   18/12/2022   التاريخ / / ٢٠١

P 6/13 $m_{AC} = 6\,kg$, $m_{AB} = 4\,kg$



$\xrightarrow{+} \sum F_x = m a_x$

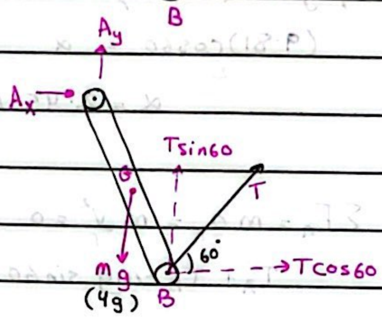
$T\cos 60 + A_x = 4 a_x$

$\therefore A_x = 18.34\,N$

$+\uparrow \sum F_y = 0$

$A_y - 4(9.81) + T\sin 60 = 0$

$\therefore T = 27.3\,N$



للجسم كامل $\sum F_x = m a$

$50 = (6+4)\, a_x$

$\boxed{a_x = 8\,m/s^2}$

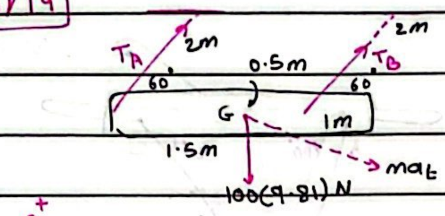
$\sum M_c = m a d : A_y(2L\cos 60) + 4(9.81)\frac{3L}{2}\cos 60$

$= 32\left(\frac{L}{2}\sin 60\right)$

$A_y = -15.57\,N$

الموضوع : Tuesday التاريخ 20/12/2022 / / ٢٠١

$\boxed{6/19}$



$V = 0$

$\alpha = ?$

$T = ?$

$\nearrow^{+}$ $\Sigma F_t = m a_t = m r \alpha = 100(2)\alpha$

$\cancel{m} g \cos(60) = \cancel{m}(2)\alpha$

$\frac{(9.81)\cos 60}{2} = \alpha$

$\alpha = 2.45 \ rad/s^2$

$\Sigma F_n = m a_n = m \frac{v^2}{r} = 0$

$T_A + T_B - mg \sin 60 = 0$

$\circlearrowleft^{+}$ $\Sigma M_G = 0$

$-T_A \sin 60 (1.5) + (T_B \sin 60)(0.5) = 0$

(initial at rest)

$\omega = 0$

$v = 0$

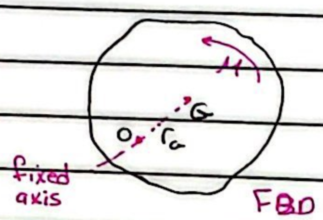
$T_A = 212 \ N$

$T_B = 637 \ N$

$a_{tG} = a_{tA} = a_{tB} = a_t$ any point on RB $= a_t$

(Because it is translation)

6/4 Rotation about fixed axis :-



$$\sum F_n = m\, a_{G,n} = m\omega^2 r_G$$

$$\sum F_t = m\, a_{G,t} = m\alpha r_G$$

$$\sum M_G = I_G \alpha$$

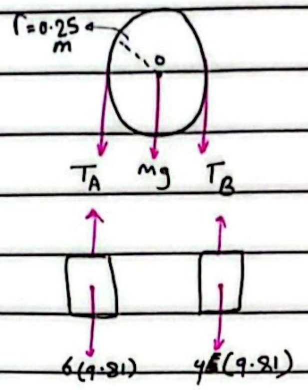
$$\sum M_o = I_G\alpha + m r_G^2 \alpha = I_o \alpha$$
$$= \underbrace{(I_G + m r_G^2)}_{I_o}\alpha$$

* $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$, $\alpha\, d\theta = \omega\, d\omega$, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$$\begin{cases} \omega = \omega_o + \alpha_c t \\ \theta = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha_c t^2 \\ \omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_o) \end{cases}$$

الموضوع : Thursday التاريخ 22/12/2022 ٢٠١ / /

$\boxed{6/48}$



a) $I_o = 0$, $a_A = a_B = a$

$\Sigma M_o = 0$, $T_A = T_B$

$+\downarrow \Sigma F = m a_A$

$6(9.81) - T = 6a$

$-\uparrow \Sigma F = m a_B$

$T - 4(9.81) = 4a$

$a = 1.962 \ m/s^2$

$T = 47.1 \ N$

$\therefore \alpha = \dfrac{1.962}{0.25} = 7.85 \ rad/s^2$ ccw

b) $I_o = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2}(5)(0.25)^2 = 0.1562 \ kg \cdot m^2$

$a_A = a_B = a$, $T_A \neq T_B$

$+\downarrow \Sigma F = m a_A$

$6(9.81) - T_A = 6a$ --- (1)

&

$+\uparrow \Sigma F = m a_B$

$T_B - 4(9.81) = 4a$ --- (2)

$\circlearrowleft + \ \Sigma M_o = I_o \alpha \quad 0.25(T_A - T_B) = 0.1562\alpha$ --- (3)

$a = 1.570 \ m/s^2$

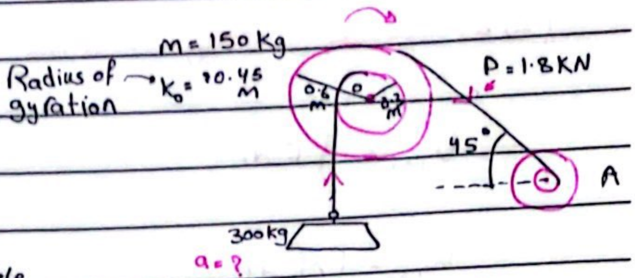
$T_A = 49.4 \ N$

$T_B = 45.5 \ N$

$\therefore \alpha = \dfrac{1.570}{0.25} = 6.28 \ rad/s^2$ ccw

الموضوع :   التاريخ   /   / ٢٠١

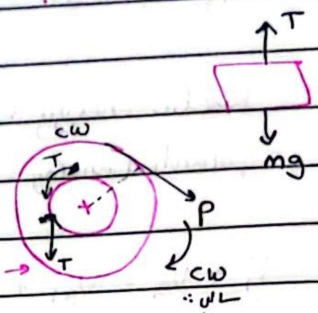
$\boxed{S.P\,6/3}$



$+\uparrow \quad \Sigma F_y = m a_y$

$T - mg = m a_y$?

مافي حركة ع x-dir يعني مافي a تغير من معادلة ΣF_x



$\circlearrowright + \quad \Sigma M_o = I_o \alpha$ — Rotation about fixed axis

$$-P(0.6) + T(0.3) = m(0.45)^2 \alpha$$

لما اعمل cut للحبل (هو اصلاً للأعلى) →
∴ في Reaction force بعكس الاتجاه (للأسفل)
∴ T للأسفل

a_y على ال disk الداخلي
يعني a_t

$a_t = a_y = r\alpha$ ⇐ بيطلع عندي معادلتين بمجهولين
$= (0.3)\alpha$

$T - mg = \overset{300}{m}(0.3\alpha)$

$-1800(0.6) + T(0.3) = \overset{150}{m}(0.45)^2\alpha$

$T = 3250\ N$

$\alpha = 3.44\ rad/s^2$

$\therefore\ a_y = a_t = 1.031\ m/s^2$

التاريخ / / ٢٠١   الموضوع :

6/6 Work - energy relations

$$U_{1\to2} = \int F\,dr$$

$$U_{1\to2} = \int M\,d\theta$$

هون ال body عم بلف ← Kinetic energy $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

potential energy $= V_e + V_g$

$$T_1 + V_{e1} + V_{g1} + U'_{1\to2} = T_2 + V_{e2} + V_{g2}$$

(external Moment) ممكن يكون هنا

T_1, T_2 في حالة rotational motion رح يدخل معهم $\frac{1}{2}I\omega^2$

$$\text{power} = F\cdot V + M\omega$$

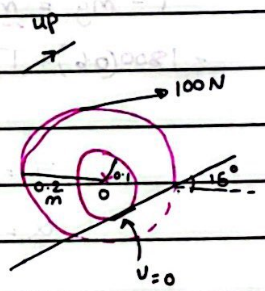
S.P 6/9   rolling without slipping

x-axise بيتحرك ع ← rolls up the incline ← يعني $V_0 \neq$ صفر ع نوعم بيتحرك

مش ثابت ع نقطة وعم بلف حوليها

$V_0 =$

$m = 40$ kg



* from rest

$$\overset{0}{T_1} + U_{1\to2} = T_2$$ عم بلف ع x-axis وبيتحرك عليها (rolling)

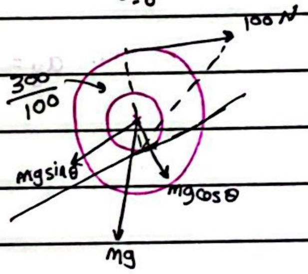
$$U_{1\to2} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_o\omega^2$$

بلف حوليه

active force

$$(-mg\sin15)(3) + \frac{300}{100}(100)(3) = \frac{1}{2}m(\overset{0.1}{r}\omega)^2 + \frac{1}{2}(mK_o^2)\omega^2$$

r ال افقية بين point O والنقطة الي سرعتها صفر



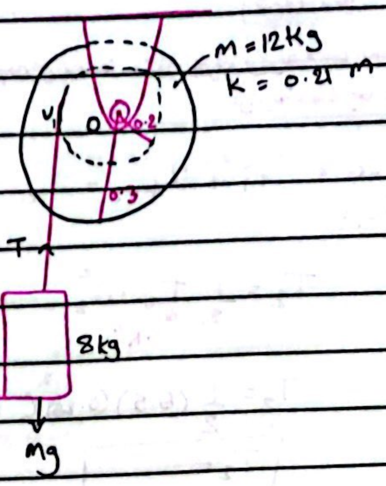
$\therefore\ \omega = 30.3$ rad/s

$$P = F\cdot\overset{r\omega}{V} = 100(0.3)(30.3) = 908\,W$$

الموضوع :   التاريخ   /   /   ٢٠١

$\boxed{6/113}$ $v = ?$

ع بلفها يعني عندي
rotational motion
+ translational



$T_1 + U_{1\to 2} = T_2$

$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} I_o \omega_1^2$

$I_o = m k^2 = 12(0.21)^2$

drum

$v_1 = r_i \omega_1$

$0.3 = 0.2\, \omega_1 \rightarrow \omega_1 = \frac{0.3}{0.2}$

dropping ← الحركة للأسفل

$\therefore T_1 = \frac{1}{2}(8)(0.3)^2 + \frac{1}{2}(0.210)^2 \left(\frac{0.3}{0.2}\right)^2$

$T_1 = 0.955 \text{ J}$

$T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} I_o \omega_2^2$ $v_2 = r_i \omega_2 \rightarrow \omega_2 = \frac{v_2}{0.2}$

$T_2 = \frac{1}{2}(8) v_2^2 + \frac{1}{2}(0.210)^2 \left(\frac{v_2}{0.2}\right)^2$

$T_2 = 10.62 v^2$

المسافة المقطوعة

$U_{1\to 2} = mg(1.5) - \frac{3}{0.2}(1.5)$ (الحركة للأسفل ← اكبر mg للأسفل يعني +ve .)

friction عكس اتجاه الحركة ← -ve

$M = F \cdot r_i \rightarrow F = \frac{3}{0.2}$

$\boxed{v = 3.01 \text{ m/s}}$

* F.M راح ينعكس ع F.f (المسافة بين نقطة تأثير force وبين نقطة ثابتة)

بلف حوليها النقطة O
(المسافة بين point O والحبل = r_i)

CH88- Vibration and time Response

sys ما بدي ادرس حركة

~~force بدون تأثير~~ 8/1 Free vibration of particles

damper ← بتخلص الحركة
بيعمل absorb للenergy تبعت sys

Vibration
- free
  - undamped
  - damped
    - under damped
    - critically damped
    - over damped
- forced

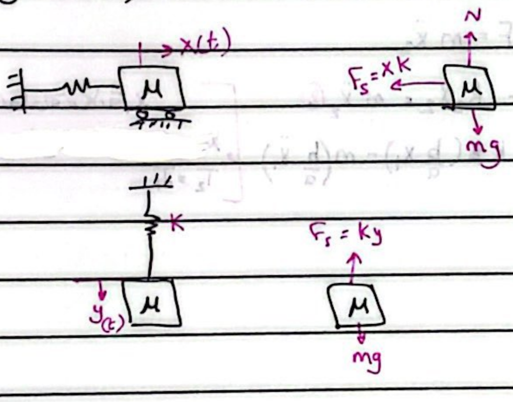
[friction force من خلال disk
يسبب حركة mass (لانه في اتصال بينهم)
لما تلف θ ال(M) رح تتحرك x
(mass)
$\therefore x = r\theta$
يعني 1DOF]

[1] undamped free vibration

بدي اعرف هاد sys كم المسافة اللي تحركها بعد وقت معين

[free body diag. لازم اعمل]

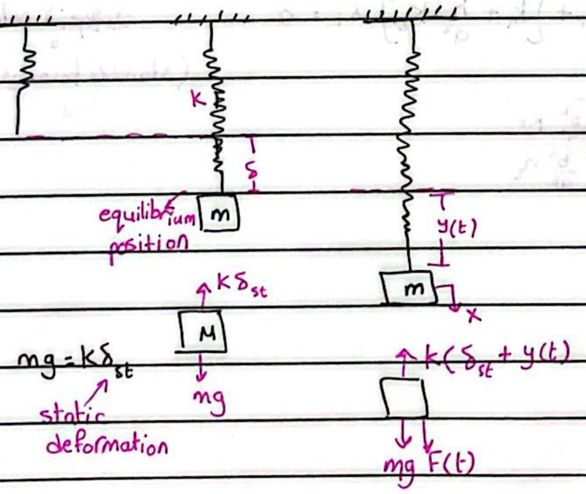
(spring force فقط) external force ماعندي



$\therefore \sum F_x = ma_x$

$-kx = m\ddot{x}$ $\quad \boxed{M\ddot{x} + kx = 0}$

$x(t) = C\sin(\omega_n t + \phi)$



$-k(\delta_{st} + y) + mg + F(t) = m\ddot{y}$

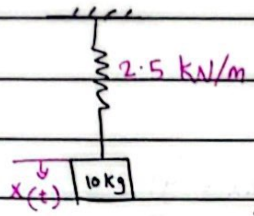
$-\cancel{k\delta_{st}} + -ky + \cancel{mg} + F(t) = m\ddot{y}$

$-ky + F(t) = m\ddot{y}$

$\boxed{m\ddot{y} + ky = 0}$

٢٠١ / / التاريخ 5/1/2023 Thursday الموضوع :

S.P 8/1



at $t=0 \Rightarrow \dot{x}(0) = 0.5\,m/s$

$mg = k\,\delta_{st}$

$\frac{mg}{k} = \delta_{st}$

$\frac{10(9.81)}{2500} = \delta_{st} = \boxed{39.2\,mm}$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2500}{10}} = \boxed{15.81\,rad/s}$

$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{15.81}{2\pi} = \boxed{2.52}$ cycles/s

$\tau = \frac{1}{f_n} = \frac{1}{2.52} = \boxed{0.397}$

$x(t) = C\sin(\omega_n t + \phi)$

$x(0) = C\sin(\omega_n(0) + \phi) = 0$

$\sin\phi = 0 \rightarrow \boxed{\phi = 0}$

$\dot{x}(t) = \omega_n C\cos(\omega_n t + \phi)$

$\dot{x}(0) = 15.81\,C\cos(15.81(0) + \phi) = 0.5$

$C = \frac{0.5}{15.81} = \boxed{0.0316}$

$x(t) = 0.0316\sin(15.81\,t)$

$\dot{x}(t) = 0.0316(15.81)\underbrace{\cos(15.81\,t)}_{1}$

$\therefore V_{max} = 0.0316(15.81)(1) = \boxed{0.5\,m/s}$

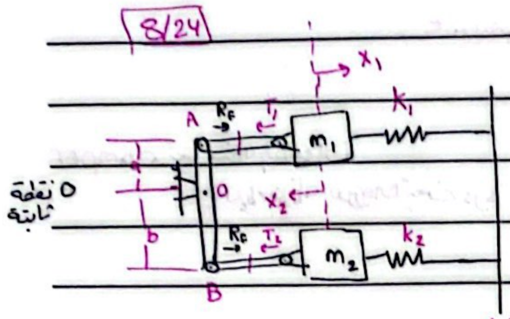
$\ddot{x} = -0.5(15.81)\underbrace{\sin(15.81\,t)}_{1}$

$a_{max} = \boxed{-7.91\ m/s^2}$

الموضوع : التاريخ / / ٢٠١

8/24

$K_1 = k_2 = K \quad , \quad m_1 = m_2 = m$



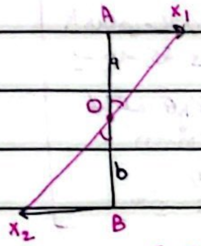
عندي 2-masses و 2-K

عندي 2 variables ← x_1 و x_2 ∴

هلأ بدي اشوف DOF

هل variable اذا dep او indep

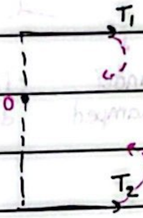
← بشوف اذا تحرك واحد رح يتأثر لتاني او لا



$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a}{b} \qquad \boxed{x_2 = \frac{b}{a} x_1}$$

1 DOF ∴ في علاقة بين x_1 و x_2

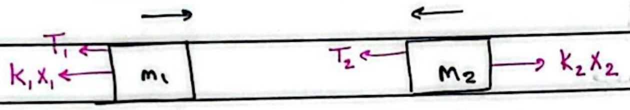
← بقدر اعبر عن كل sys. بمعادلة وحدة



$+\circlearrowleft \sum M_o = \text{zero}$

$$-T_1 a + T_2 b = 0$$

التانية العمودية ∴ $\boxed{T_2 = \frac{a}{b} T_1}$



$\sum F = m a^{\ddot{x}_1} \qquad \sum F = m \ddot{x}_2$

بتوصف حركة m_1 ← $-T_1 - k_1 x_1 = m \ddot{x}_1$ ① $\qquad T_2 - k_2 x_2 = m \ddot{x}_2$ ②

$$\frac{a}{b} T_1 - k\left(\frac{b}{a} x_1\right) = m\left(\frac{b}{a} \ddot{x}_1\right)$$

[بدي معادلة بعلاقة x_1
∴ لازم اطلع علاقة بين x_1 و x_2
T_1 و T_2]

$$-T_1 - k_1 x_1 = m \ddot{x}_1$$

$$\frac{a}{b} T_1 - k\left(\frac{b}{a} x_1\right) = m\left(\frac{b}{a} \ddot{x}_1\right)$$

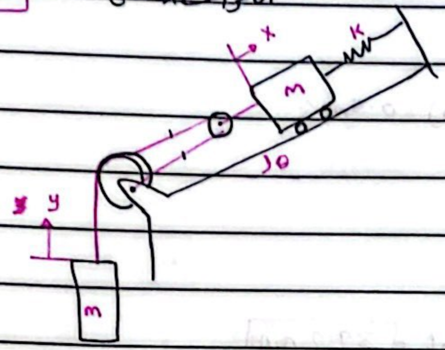
$$\left[m_1 + \frac{b^2}{a^2} m_2\right] \ddot{x}_1 + \left[k_1 + \frac{b^2}{a^2} k_2\right] x_1 = 0$$

عشان اطلع natu. freq لازم يكون
معامل x_1 (standard form في eq)
لما معامل $\ddot{x}_1 = 1$

$$W = \sqrt{\frac{k_1 + \frac{b^2}{a^2} k_2}{m_1 + \frac{b^2}{a^2} m_2}}$$

8/23

انا فرضت x للأعلى.



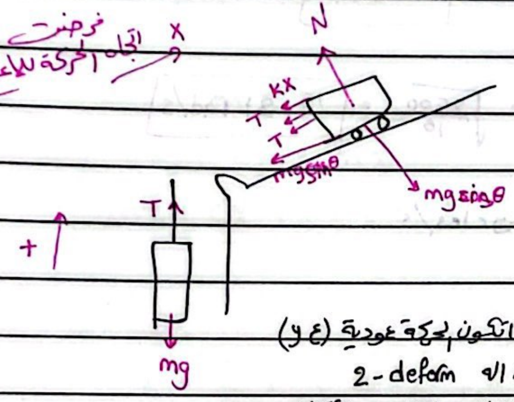
* 1 DOF ← لانو نفس caple
∴ في علاقة بين x و y

$$2x + y = c$$

$$2\dot{x} - \dot{y} = 0$$

$$2\ddot{x} - \ddot{y} = 0 \rightarrow \boxed{2\ddot{x} = \ddot{y}}$$

فرضت x اتجاه الحركة للأعلى



$$\Sigma F = m\ddot{x}$$

$$-2T - kx - \cancel{mg\sin\theta} = m\ddot{x}$$

$$\therefore -2T - kx = m\ddot{x} \quad (1)$$

spring الـ بتكون بحركة عمودية (y ع)
2-deform بتكون في الـ ←
لما يوصل اتزان و التالي بعد الاتزان
بتكنسل مع mg و $mg\sin\theta$

$$\Sigma F = m\ddot{y}$$

$$T - \cancel{mg} = m\ddot{y}$$

$$T = m\ddot{y} \quad (2)$$

$$(1), (2)\ -2(m\ddot{y}) - kx = m\ddot{x}$$

$$-2m(2\ddot{x}) - kx = m\ddot{x}$$

$$-4m\ddot{x} - kx = m\ddot{x}$$

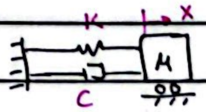
$$\ddot{x}(4m + m) + kx = 0$$

$$\therefore \omega_n = \sqrt{\frac{k}{5m}}$$

eq mass

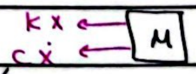
الموضوع : 8/1/2023 Sunday التاريخ / / ٢٠١

2 Damped free vibration



$F_d = c\dot{x}$ → velocity

damper force



c: damping coefficient

$\sum F_x = m\ddot{x}$

$-c\dot{x} - kx = m\ddot{x}$

$$\boxed{m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0}$$

* standard for charachteristic equation.

$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ = natural frequency (rad/s)

$2\zeta\omega_n = \frac{c}{m}$

$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$ = damping ratio

underdamped $0 < \zeta < 1$

critically damped $\zeta = 1$

over damped $\zeta > 1$

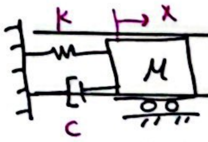
$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

damped frequency

الموضوع : Sunday التاريخ 8/1/2023 / / ٢٠١

$\boxed{S.P\ 8/2}$ $M = 8\ kg$ $k = 32\ N/m$ $C = 20\ N.s/m$

$x(0) = 0.2\ m$ $\dot{x}(0) = 0$



$$\zeta = \frac{C}{2m\omega_n} = \frac{20}{2(8)(2)} = \frac{5}{8} < 1 \quad \text{(underdamped)}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{32}{8}} = \boxed{2\ rad/s}$$

$$x(t) = A e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$x(0) = A \sin(\omega_d(0) + \phi) = 0.2 = A \sin\phi$$

$$\dot{x}(t) = A[\sin(\omega_d t + \phi)](-\zeta\omega_n e^{-\zeta\omega_n t}) + (A e^{-\zeta\omega_n t}[\omega_d \cos\omega_d t + \phi])$$

$$\dot{x}(0) \rightarrow 0 = -1.2A\sin\phi + \underbrace{1.561}_{\omega_d}\cos\phi$$

$\boxed{A = 0.256\ m}$ $\boxed{\phi = 0.896\ rad}$

$$x(t) = 0.256\, e^{-1.25t} \sin(1.561t + 0.896)$$